



Steve Hopkin/Taxi/Getty Images, Inc.

A reprodução de muitas espécies de plantas floríferas depende de insetos para transportar o pólen de uma flor para outra. As abelhas normalmente prestam esse serviço ao visitarem as flores para colher néctar. Entretanto, elas não se limitam a roçar na flor, recolhendo o pólen do mesmo modo como recolhemos pó de giz de um quadro-negro se roçarmos nele. Na verdade, o pólen salta da flor para a abelha, fica preso ao corpo do inseto enquanto ele voa para uma segunda flor, e então salta para a segunda flor.

O que faz o pólen saltar, primeiro para a abelha e depois para a flor?

A resposta está neste capítulo.

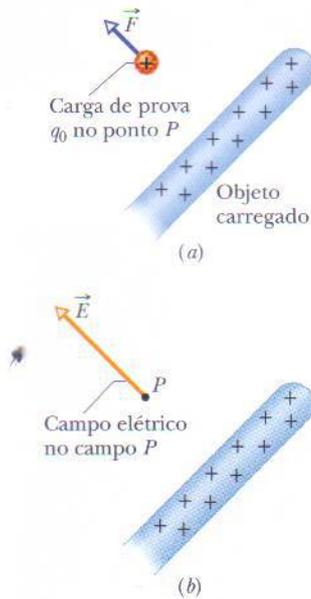


FIG. 22-1 (a) Uma carga de prova positiva q_0 está colocada em um ponto P nas proximidades de um objeto carregado. Uma força eletrostática \vec{F} age sobre a carga de prova. (b) O campo elétrico \vec{E} no ponto P produzido por um objeto carregado.

22-1 O QUE É FÍSICA?

A física do capítulo anterior mostra como determinar a força elétrica exercida sobre uma partícula 1 de carga $+q_1$ quando a partícula é colocada nas proximidades de uma partícula 2 de carga $+q_2$. Resta, porém, uma pergunta intrigante: como a partícula 1 “sabe” que existe a partícula 2? Em outras palavras, se as partículas não se tocam, por que a partícula 2 afeta a partícula 1? Como explicar o que constitui na realidade uma *ação à distância*, já que não existe uma ligação visível entre as partículas?

Um dos objetivos da física é registrar observações a respeito do nosso mundo, como o módulo e a orientação da força que a partícula 2 exerce sobre a partícula 1; outro é explicar essas observações. Um dos objetivos deste capítulo é explicar o que acontece quando uma partícula sofre os efeitos de uma força elétrica. Podemos dizer que a partícula 2 cria um **campo elétrico** no espaço que a cerca. Quando a partícula 1 é colocada em um ponto qualquer desse espaço a partícula “sabe” que a partícula 2 existe porque é afetada pelo campo elétrico que a partícula 2 criou nesse ponto. Assim, a partícula 2 afeta a partícula 1 não através de um contato direto, mas através do campo elétrico produzido pela partícula 2.

Neste capítulo vamos definir o campo elétrico e discutir as formas de calculá-lo para vários sistemas de partículas carregadas.

22-2 | O Campo Elétrico

A temperatura tem um valor definido em todos os pontos de uma sala. Para medir a temperatura em um ponto ou em uma série de pontos basta usar um termômetro. A distribuição de temperaturas resultante é chamada de *campo de temperatura*. Analogamente, podemos definir um *campo de pressão* para a atmosfera, constituído pela distribuição de valores de pressão do ar, um para cada ponto da atmosfera. Os campos de temperatura e de pressão são *campos escalares*, já que a temperatura e a pressão são grandezas escalares.

O campo elétrico é um *campo vetorial*, constituído por uma distribuição de *vetores*, um para cada ponto de uma região em torno de um objeto eletricamente carregado, como um bastão de vidro. Em princípio, podemos definir o campo elétrico em um ponto nas proximidades de um objeto carregado, como o ponto P da Fig. 22-1a, da seguinte forma: colocamos no ponto P uma carga positiva q_0 , chamada *carga de prova*, medimos a força eletrostática \vec{F} que age sobre a carga q_0 e definimos o campo elétrico \vec{E} produzido pelo objeto através da equação

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (\text{campo elétrico}). \quad (22-1)$$

Assim, o módulo do campo elétrico \vec{E} no ponto P é $E = F/q_0$ e a orientação de \vec{E} é a da força \vec{F} que age sobre a carga de prova (que supomos ser *positiva*). Como mostra a Fig. 22-1b, representamos o campo elétrico no ponto P como um vetor cuja origem está em P . Para definir o campo elétrico em uma região do espaço definimos o campo em todos os pontos da região.

A unidade de campo elétrico no SI é o newton por coulomb (N/C). A Tabela 22-1 mostra os campos elétricos associados a alguns objetos.

Embora seja usada uma carga de prova para definir o campo elétrico produzido por um objeto carregado, o campo existe independentemente da carga de prova. O campo no ponto P da Fig. 22-1b existia antes de ser introduzida a carga de prova da Fig. 22-1a e continua a existir depois que a carga de prova é introduzida. (Na definição de campo elétrico está implícita a suposição de que a presença da carga de prova não afeta a distribuição de cargas e, portanto, não afeta o campo elétrico que estamos medindo.)

TABELA 22-1

Alguns Campos Elétricos

Local ou Situação	Valor (N/C)
Superfície de um núcleo de urânio	3×10^{21}
Átomo de hidrogênio, a uma distância de $5,29 \times 10^{-11}$ m do núcleo	5×10^{11}
Ruptura dielétrica do ar	3×10^6
Perto da superfície carregada de uma fotocopiadora	10^5
Perto de um pente carregado	10^3
Atmosfera inferior	10^2
Interior de um fio de cobre de uma instalação residencial	10^{-2}

Para investigar o papel de um campo elétrico na interação entre objetos carregados temos que realizar duas tarefas: (1) calcular o campo elétrico produzido por uma dada distribuição de cargas; (2) calcular a força que um campo elétrico dado exerce sobre uma carga. A primeira tarefa será executada nas Seções 22-4 a 22-7 para várias distribuições de cargas. A segunda será executada nas Seções 22-8 e 22-9 para uma carga pontual e um par de cargas pontuais na presença de um campo elétrico. Antes, porém, vamos discutir uma forma de visualizar campos elétricos.

22-3 | Linhas de Campo Elétrico

O cientista inglês Michael Faraday, que introduziu a idéia de campos elétricos no século XIX, imaginava que o espaço nas vizinhanças de um corpo eletricamente carregado era ocupado por *linhas de força*. Embora não se acredite mais na existência dessas linhas, hoje conhecidas como **linhas de campo elétrico**, elas são uma boa maneira de visualizar os campos elétricos.

A relação entre as linhas de campo e os vetores de campo elétrico é a seguinte: (1) em qualquer ponto, a orientação de uma linha de campo retilínea ou a orientação da tangente a uma linha de campo não-retilínea é a orientação do campo elétrico \vec{E} nesse ponto; (2) as linhas de campo são desenhadas de tal forma que o número de linhas por unidade de área, medido em um plano perpendicular às linhas, é proporcional ao *módulo* de \vec{E} . Assim, E tem valores elevados nas regiões em que as linhas de campo estão mais próximas e valores pequenos nas regiões em que as linhas de campo estão mais afastadas.

A Fig. 22-2a mostra uma esfera com uma distribuição homogênea de cargas negativas. Quando colocamos uma carga de prova *positiva* nas proximidades da esfera a carga de prova é submetida a uma força eletrostática dirigida *para o centro* da esfera. Isso significa que em todos os pontos nas proximidades da esfera o vetor campo elétrico aponta para o centro da esfera. Esse padrão pode ser visto nas linhas de campo da Fig. 22-2b, que apontam na mesma direção que os vetores da força eletrostática e do campo elétrico. Além disso, o maior espaçamento das linhas em pontos mais distantes mostra que o módulo do campo elétrico diminui com a distância do centro da esfera.

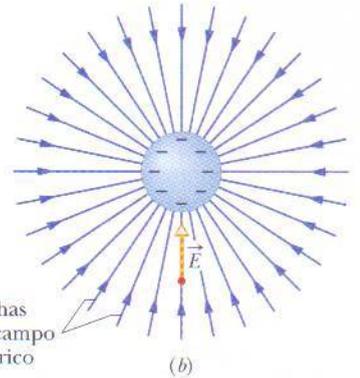
Se a esfera da Fig. 22-2 estivesse carregada com cargas *positivas*, os vetores campo elétrico apontariam *para longe* da esfera. Assim, as linhas de campo elétrico também apontariam para longe da esfera. Temos, portanto, a seguinte regra:

As linhas de campo elétrico se afastam das cargas positivas (onde começam) e se aproximam das cargas negativas (onde terminam).

A Fig. 22-3a mostra parte de uma *placa* infinita não-condutora com uma distribuição uniforme de cargas positivas em uma das superfícies. Quando colocamos uma carga de prova positiva nas proximidades da placa a carga é submetida a uma força eletrostática perpendicular à placa, já que as forças aplicadas em todas as outras direções se cancelam por causa da simetria. Além disso, o sentido da força é



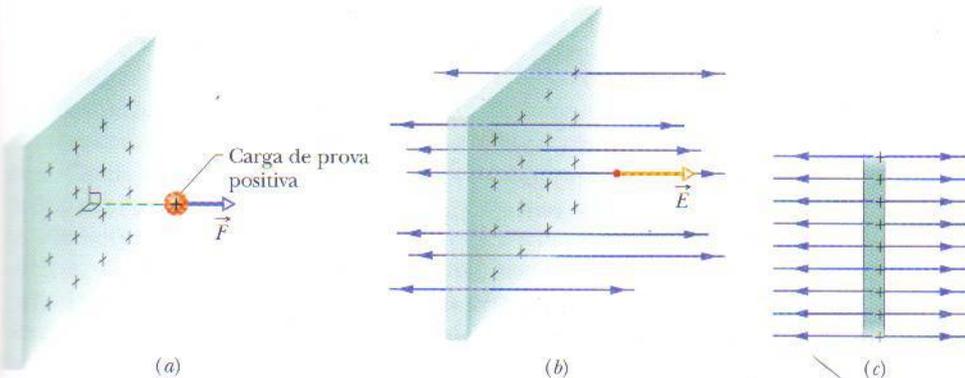
(a)



Linhas de campo elétrico

(b)

FIG. 22-2 (a) Uma força eletrostática \vec{F} age sobre uma carga de prova positiva colocada nas proximidades de uma esfera que contém uma distribuição uniforme de cargas negativas. (b) O vetor campo elétrico \vec{E} na posição da carga de prova e as linhas de campo no espaço que cerca a esfera. As linhas de campo elétrico *terminam* na esfera negativamente carregada. (As linhas têm origem em cargas positivas distantes.)



(a)

(b)

(c)

FIG. 22-3 (a) Uma força eletrostática \vec{F} age sobre uma carga de prova positiva colocada nas proximidades de uma placa muito grande, não-condutora, com uma distribuição uniforme de cargas positivas em uma das superfícies. (b) O vetor campo elétrico \vec{E} na posição da carga de prova e as linhas de campo nas vizinhanças da placa. As linhas de campo elétrico *começam* na placa positivamente carregada. (c) Vista lateral de (b).

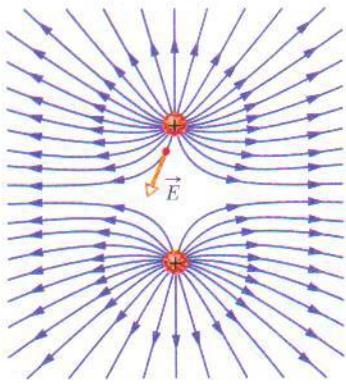


FIG. 22-4 Linhas de campo para duas cargas pontuais positivas iguais. As cargas se repelem. (As linhas terminam em cargas negativas distantes.) Para visualizar o padrão tridimensional das linhas de campo, gire mentalmente a figura em torno de um eixo passando pelas cargas. O padrão tridimensional e o campo elétrico que representa possuem *simetria rotacional* em relação a este eixo. A figura mostra também o vetor campo elétrico em um ponto do espaço. Observe que o vetor é tangente à linha de campo que passa pelo ponto.

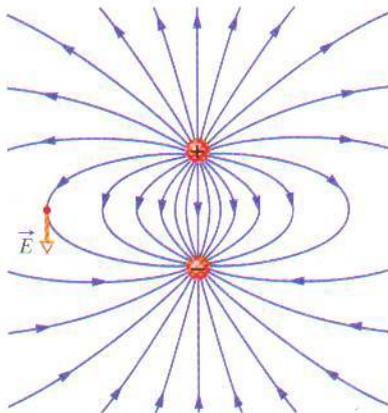


FIG. 22-5 Linhas de campo para uma carga pontual positiva e uma carga pontual negativa de mesmo valor absoluto situada nas proximidades. As cargas se atraem. O padrão tridimensional de linhas de campo e o campo elétrico que representa possuem *simetria rotacional* em relação a um eixo passando pelas cargas. A figura mostra também o vetor campo elétrico em um ponto do espaço; o vetor é tangente à linha de campo que passa pelo ponto.

para longe da placa. Assim, os vetores campo elétrico e as linhas de campo em qualquer ponto do espaço, dos dois lados da placa, são também perpendiculares à placa e apontam para longe da placa (Figs. 22-3b e c). Como a carga está homoganeamente distribuída na placa, todos os vetores campo elétrico têm o mesmo módulo. Este tipo de campo elétrico, no qual os vetores têm o mesmo módulo e a mesma orientação em todos os pontos do espaço, é chamado de *campo elétrico uniforme*.

Naturalmente, nenhuma placa real não-condutora (como, por exemplo, um pedaço de plástico) tem dimensões infinitas; entretanto, na região próxima do centro de uma placa real, longe das bordas, o campo elétrico e as linhas de campo têm a orientação das Figs. 22-3b e c.

A Fig. 22-4 mostra as linhas de campo para duas cargas positivas iguais. A Fig. 22-5 mostra as linhas de campo para duas cargas de mesmo valor absoluto e sinais opostos, uma configuração conhecida como **dipolo elétrico**. Embora as linhas de campo raramente sejam usadas de forma quantitativa, são muito úteis para visualizar as configurações de campo elétrico. O leitor não pode quase “ver” as cargas se repelirem na Fig. 22-4 e se atraírem na Fig. 22-5?

22-4 | Campo Elétrico Produzido por uma Carga Pontual

Para determinar o campo elétrico produzido a uma distância r de uma carga pontual q , colocamos uma carga de prova q_0 nesse ponto. De acordo com a lei de Coulomb (Eq. 21-1), o módulo da força eletrostática que age sobre q_0 é dado por

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \hat{r}. \quad (22-2)$$

O sentido de \vec{F} é para longe da carga pontual se q é positiva e na direção da carga pontual se q é negativa. De acordo com a Eq. 22-1, o módulo do vetor campo elétrico é dado por

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (\text{carga pontual}). \quad (22-3)$$

O sentido de \vec{E} é o mesmo da força que age sobre a carga de prova: para longe da carga pontual, se q é positiva, e na direção da carga pontual, se q é negativa.

Como não há nada de especial no ponto que escolhemos para colocar q_0 , a Eq. 22-3 pode ser usada para calcular o campo em qualquer ponto do espaço. A Fig. 22-6 mostra o campo produzido por uma carga positiva em forma vetorial (e não como linhas de campo).

Não é difícil calcular o campo elétrico total, ou resultante, produzido por duas ou mais cargas pontuais. De acordo com a Eq. 21-7, quando colocamos uma carga de



FIG. 22-6 Vetores campo elétrico em vários pontos das vizinhanças de uma carga pontual positiva.

prova positiva q_0 nas proximidades de n cargas pontuais q_1, q_2, \dots, q_n , a força total \vec{F}_0 a que a carga de prova é submetida é dada por

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} + \dots + \vec{F}_{0n}.$$

Assim, de acordo com a Eq. 22-1, o campo elétrico total na posição da carga de prova é dado por

$$\begin{aligned} \vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} &= \frac{\vec{F}_{01}}{q_0} + \frac{\vec{F}_{02}}{q_0} + \dots + \frac{\vec{F}_i}{q_0} + \dots + \frac{\vec{F}_{0n}}{q_0} \\ &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_i + \dots + \vec{E}_n. \end{aligned} \quad (22-4)$$

Onde \vec{E}_i é o campo elétrico que seria criado somente pela carga pontual i . A Eq. 22-4 mostra que o princípio de superposição se aplica aos campos elétricos.

TESTE 1 A figura mostra um próton p e um elétron e sobre o eixo x . Qual é o sentido do campo elétrico produzido pelo elétron (a) no ponto S ; (b) no ponto R ? Qual é o sentido do campo elétrico total produzido pelas duas partículas (c) no ponto R ; (d) no ponto S ?



Exemplo 22-1

A Fig. 22-7a mostra três partículas de cargas $q_1 = +2Q$, $q_2 = -2Q$ e $q_3 = -4Q$, todas situadas a uma distância d da origem. Determine o campo elétrico total \vec{E} produzido na origem pelas três partículas.

IDÉIA-CHAVE As cargas q_1, q_2 e q_3 produzem na origem campos elétricos \vec{E}_1, \vec{E}_2 e \vec{E}_3 , respectivamente, e o campo elétrico total é a soma vetorial $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$. Para calcular esta soma, precisamos conhecer o módulo e a orientação dos três vetores.

Módulos e Orientações: Para determinar o módulo de \vec{E}_1 , que é produzido por q_1 , usamos a Eq. 22-3, substituindo r por d e q por $2Q$. O resultado é o seguinte:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2}.$$

Procedendo de modo análogo, obtemos os módulos dos campos \vec{E}_2 e \vec{E}_3 :

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2} \quad \text{e} \quad E_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Q}{d^2}.$$

Em seguida, precisamos determinar a orientação dos vetores campo elétrico produzidos pelas três cargas na origem. Como q_1 é uma carga positiva, o vetor campo elétrico produzido pela carga aponta *para longe* de q_1 ; como q_2 e q_3 são cargas negativas, o vetor campo elétrico aponta *na direção* dessas cargas. Assim, os vetores campo elétrico produzidos na origem pelas três cargas têm a direção e o sentido indicados na Fig. 22-7b. (*Atenção:* Observe que colocamos a origem dos vetores no ponto em que os campos

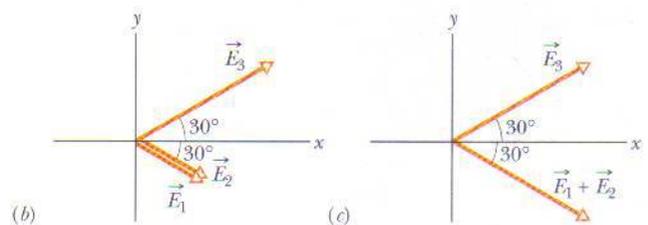
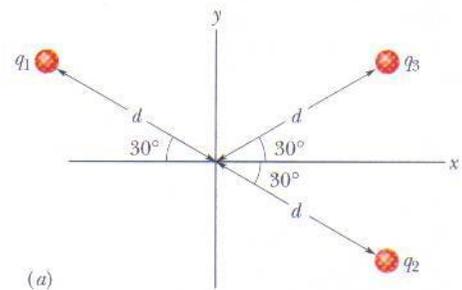


FIG. 22-7 (a) Três partículas com cargas q_1, q_2 e q_3 situadas à mesma distância d da origem. (b) Os vetores campo elétrico \vec{E}_1, \vec{E}_2 e \vec{E}_3 produzidos na origem pelas três partículas. (c) O vetor campo elétrico \vec{E}_3 e a soma vetorial $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$ na origem.

elétricos devem ser calculados; isso diminui a probabilidade de erro.)

Somando os campos: Podemos agora somar os campos vetorialmente, como fizemos para as forças no item (c) do Exemplo 21-1. No caso presente, porém, podemos usar a simetria dos vetores para simplificar os cálculos. De acordo com a Fig. 22-7b, os vetores \vec{E}_1 e \vec{E}_2 têm a mesma direção; assim, a soma vetorial dos dois vetores tem essa mesma direção e módulo

$$E_1 + E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Q}{d^2},$$

que, por coincidência, é igual ao módulo do vetor \vec{E}_3 .

Devemos agora somar dois vetores, \vec{E}_3 e o vetor resultante da soma $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$, que possuem o mesmo módulo e estão orientados simetricamente em relação ao eixo x ,

como mostra a Fig. 22-7c. Observando a Fig. 22-7c, vemos que, por simetria, as componentes y dos dois vetores se cancelam e as componentes x se somam. Assim, o campo elétrico total \vec{E} na origem está orientado no sentido positivo do eixo x , e seu módulo é dado por

$$E = 2E_{3x} = 2E_3 \cos 30^\circ$$

$$= (2) \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Q}{d^2} (0,866) = \frac{6,93Q}{4\pi\epsilon_0 d^2}. \quad (\text{Resposta})$$

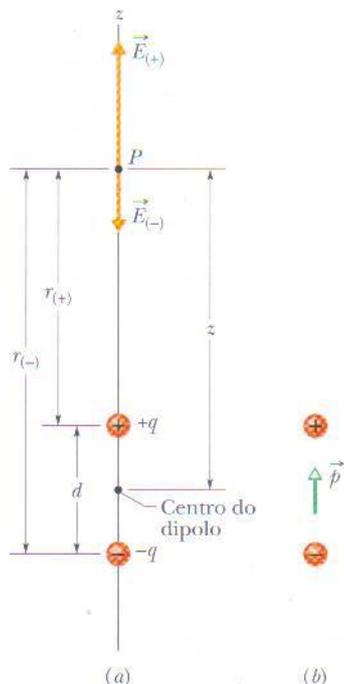


FIG. 22-8 (a) Um dipolo elétrico. Os vetores campo elétrico $\vec{E}_{(+)}$ e $\vec{E}_{(-)}$ no ponto P sobre o eixo do dipolo são produzidos pelas duas cargas do dipolo. As distâncias entre o ponto P e as duas cargas que formam o dipolo são $r_{(+)}$ e $r_{(-)}$. (b) O momento dipolar \vec{p} do dipolo aponta da carga negativa para a carga positiva.

22-5 | Campo Elétrico Produzido por um Dipolo Elétrico

A Fig. 22-8a mostra duas partículas carregadas de módulo q e sinais opostos, separadas por uma distância d . Como observamos ao discutir a Fig. 22-5, esta configuração recebe o nome de *dipolo elétrico*. Vamos calcular o campo elétrico produzido pelo dipolo elétrico da Fig. 22-8a no ponto P , situado a uma distância z do centro do dipolo, sobre a reta que liga as duas partículas, conhecida como *eixo do dipolo*.

Por simetria, o campo elétrico \vec{E} no ponto P (e também os campos $\vec{E}_{(+)}$ e $\vec{E}_{(-)}$ produzidos pelas partículas que formam o dipolo) deve ser paralelo ao eixo do dipolo, que foi tomado como sendo o eixo z . Aplicando o princípio de superposição aos campos elétricos, vemos que o módulo E do campo elétrico no ponto P é dado por

$$E = E_{(+)} - E_{(-)}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_{(+)}^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_{(-)}^2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0(z - \frac{1}{2}d)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0(z + \frac{1}{2}d)^2}. \quad (22-5)$$

Reagrupando os termos, obtemos:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \left(\frac{1}{\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2} - \frac{1}{\left(1 + \frac{d}{2z}\right)^2} \right). \quad (22-6)$$

Reduzindo as frações ao mesmo denominador e simplificando, temos:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \frac{2d/z}{\left(1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 z^3} \frac{d}{\left(1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2}. \quad (22-7)$$

Em geral, estamos interessados nos efeitos elétricos de um dipolo apenas a distâncias relativamente grandes em comparação com as dimensões do dipolo, ou seja, a distâncias tais que $z \gg d$. Nesse caso, $d/2z \ll 1$ na Eq. 22-7, e podemos desprezar o termo $d/2z$ no denominador, o que nos dá

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qd}{z^3}. \quad (22-8)$$

O produto qd , que envolve os dois parâmetros q e d que definem o dipolo, é o módulo p de uma grandeza conhecida como **momento dipolar elétrico** \vec{p} do dipolo. (A unidade de \vec{p} é o coulomb-metro.) Assim, podemos escrever a Eq. 22-8 na forma

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3} \quad (\text{dipolo elétrico}). \quad (22-9)$$

O sentido de \vec{p} é tomado como sendo do lado negativo para o lado positivo do dipolo, como mostra a Fig. 22-8b. Podemos usar o sentido de \vec{p} para especificar a orientação de um dipolo.

De acordo com a Eq. 22-9, se o campo elétrico de um dipolo é medido apenas em pontos distantes não é possível determinar os valores de q e d separadamente, mas apenas o produto qd . O campo em pontos distantes permanece inalterado quando, por exemplo, o valor de q é multiplicado por 2 e, ao mesmo tempo, o valor de d é dividido por 2.

Embora a Eq. 22-9 seja válida apenas para pontos distantes sobre o eixo do dipolo, para *todos* os pontos distantes, estejam ou não sobre o eixo do dipolo, o valor de E para um dipolo é proporcional a $1/r^3$, onde r é a distância entre o ponto em questão e o centro do dipolo.

Observando a Fig. 22-8 e as linhas de campo da Fig. 22-5, vemos que a direção de \vec{E} para pontos distantes sobre o eixo do dipolo é sempre a direção do vetor momento dipolar \vec{p} . Isto acontece tanto quando o ponto P da Fig. 22-8a está mais próximo na carga positiva como quando está mais próximo da carga negativa.

De acordo com a Eq. 22-9, se a distância entre um ponto e um dipolo é multiplicada por 2, o campo elétrico no ponto é dividido por 8. Por outro lado, quando a distância entre um ponto e uma carga elétrica isolada é multiplicada por 2 o campo elétrico é dividido por 4 (veja a Eq. 22-3). Assim, o campo elétrico de um dipolo diminui mais rapidamente com a distância que o campo elétrico produzido por uma carga isolada. A razão para essa diminuição mais rápida do campo elétrico no caso de um dipolo está no fato de que, a distância, um dipolo se comporta como um par de cargas elétricas de sinais opostos que quase se cancelam; assim, os campos elétricos produzidos por essas cargas em pontos distantes também quase se cancelam.

Exemplo 22-2

Os *sprites* (Fig. 22-9a) são enormes clarões que às vezes são vistos no céu, acima de grandes tempestades. Foram observados durante décadas por pilotos que voavam à noite, mas eram tão fracos e fugazes que a maioria dos pilotos imaginava que não passavam de ilusões. Na década de 1990, porém, os *sprites* foram registrados por câmaras de vídeo. Ainda não são muito bem compreendidos, mas acredita-se que sejam produzidos quando ocorre um relâmpago especialmente intenso entre a Terra e uma nuvem de tempestade, particularmente se o relâmpago transfere uma grande quantidade de carga negativa, $-q$, da Terra para a base da nuvem (Fig. 22-9b).

Logo depois da transferência, a Terra possui uma distribuição complexa de cargas positivas; entretanto, podemos usar um modelo simplificado do campo elétrico produzido pelas cargas da nuvem e da Terra supondo que existe um dipolo vertical formado por uma carga $-q$ na altura h da nuvem e uma carga $+q$ a uma distância h abaixo da superfície (Fig. 22-9c). Se $q = 200 \text{ C}$ e $h = 6,0 \text{ km}$, qual é o módulo do campo elétrico do dipolo a uma altitude $z_1 = 30 \text{ km}$, ou seja, um pouco acima das nuvens, e a uma altitude $z_2 = 60 \text{ km}$, ou seja, um pouco acima da estratosfera?

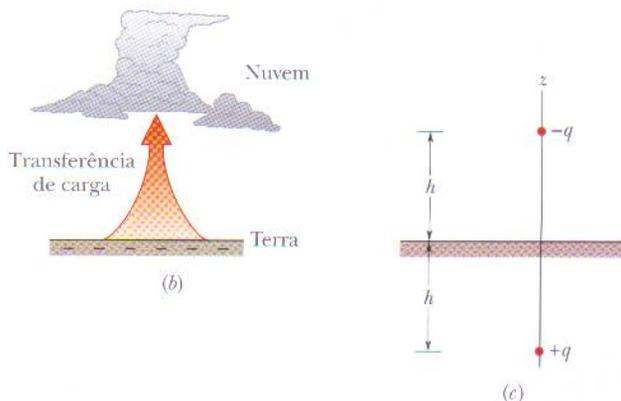


FIG. 22-9 (a) Fotografia de um *sprite*. (Cortesia da NASA.) (b) Relâmpago no qual uma grande quantidade de cargas negativas é transferida da Terra para a base de uma nuvem. (c) O sistema nuvem-Terra modelado como um dipolo elétrico vertical.

IDÉIA-CHAVE

O valor aproximado do módulo E do campo elétrico de um dipolo é dado pela Eq. 22-8.

Cálculos: Temos

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q(2h)}{z^3},$$

onde $2h$ é a distância entre as cargas $-q$ e $+q$ na Fig. 22-9c. O campo elétrico a uma altitude $z_1 = 30$ km é dado por

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{(200 \text{ C})(2)(6,0 \times 10^3 \text{ m})}{(30 \times 10^3 \text{ m})^3} \\ &= 1,6 \times 10^3 \text{ N/C.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

A uma altitude $z_2 = 60$ km, temos:

$$E = 2,0 \times 10^2 \text{ N/C.} \quad (\text{Resposta})$$

Como vamos ver na Seção 22-8, quando o módulo de um campo elétrico excede um certo valor crítico E_c , o campo pode arrancar elétrons de átomos (ionizar átomos) e os elétrons arrancados podem se chocar com outros átomos, fazendo com que emitam luz. O valor de E_c depende da densidade do ar na região em que existe o campo elétrico; quanto menor a densidade, menor o valor de E_c . A 60 km de altitude a densidade do ar é tão baixa que $E = 2,0 \times 10^2 \text{ N/C} > E_c$ e, portanto, os átomos do ar emitem luz. É esta luz que forma os *sprites*. Mais abaixo, a 30 km de altitude, a densidade do ar é muito mais alta, $E = 1,6 \times 10^3 \text{ N/C} < E_c$, e os átomos do ar não emitem luz. Assim, os *sprites* são vistos muito acima das nuvens de tempestade.

TABELA 22-2

Algumas Medidas de Carga Elétrica

Nome	Símbolo	Unidade do SI
Carga	q	C
Densidade linear de cargas	λ	C/m
Densidade superficial de cargas	σ	C/m ²
Densidade volumétrica de cargas	ρ	C/m ³

22-6 | Campo Elétrico Produzido por uma Linha de Cargas

Até o momento consideramos apenas o campo elétrico produzido por uma ou, no máximo, algumas cargas pontuais. Vamos agora discutir o caso de distribuições de cargas que envolvem um grande número de cargas muito próximas (bilhões, talvez) distribuídas ao longo de uma linha, superfície ou volume. Distribuições de cargas desse tipo podem ser consideradas **contínuas**, e calculamos o campo elétrico produzido pelas cargas usando os métodos do cálculo em vez de somar, um a um, os campos produzidos pelas cargas pontuais. Nesta seção vamos discutir o campo elétrico produzido por uma linha de cargas; na próxima seção vamos estudar o campo produzido por uma superfície. O caso de uma esfera uniformemente carregada será discutido no próximo capítulo.

Quando lidamos com distribuições contínuas de cargas é conveniente expressar a carga de um objeto em termos de uma *densidade de cargas*, em vez da carga total. No caso de uma linha de cargas por exemplo, usamos a *densidade linear de cargas* (ou carga por unidade de comprimento) λ , cuja unidade no SI é o coulomb por metro. A Tabela 22-2 mostra outras densidades de cargas que também são usadas.

A Fig. 22-10 mostra um anel delgado de raio R com uma densidade linear de cargas positivas λ . Vamos supor que o anel é feito de plástico ou outro material não-condutor, de modo que as cargas permanecem imóveis. Qual é o campo elétrico \vec{E} no ponto P , sobre o eixo central, a uma distância z do plano do anel?

Para encontrar a resposta não podemos aplicar a Eq. 22-3, que é usada para calcular o campo elétrico produzido por uma carga pontual, já que o anel, obviamente, não é uma carga pontual. Entretanto, podemos mentalmente dividir o anel em elementos de carga tão pequenos que se comportem como cargas pontuais e aplicar a Eq. 22-3 a cada um desses elementos. Em seguida, podemos somar os campos elétricos produzidos no ponto P por esses elementos; o campo produzido pelo anel no ponto P é a soma vetorial desses campos.

Seja ds o comprimento de um dos elementos de carga do anel. Como λ é a carga por unidade de comprimento, a carga do elemento é dada por

$$dq = \lambda ds. \quad (22-10)$$

Este elemento de carga produz um campo elétrico $d\vec{E}$ no ponto P , que está a uma distância r do elemento. Tratando o elemento como uma carga pontual e usando a Eq. 22-10, podemos escrever o módulo de $d\vec{E}$ na forma

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2}. \quad (22-11)$$

De acordo com a Fig. 22-10, a Eq. 22-11 pode ser expressa na forma

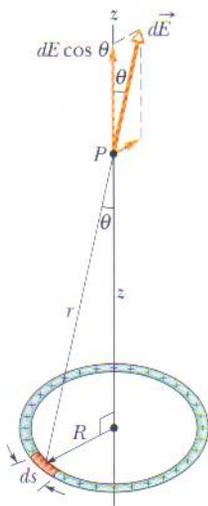


FIG. 22-10 Um anel de cargas positivas distribuídas uniformemente. Um elemento de carga tem um comprimento ds (grandemente exagerado na figura). Este elemento cria um campo elétrico $d\vec{E}$ no ponto P . A componente de $d\vec{E}$ paralela ao eixo central do anel é $dE \cos \theta$.

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{(z^2 + R^2)} \quad (22-12)$$

Como se pode ver na Fig. 22-10, $d\vec{E}$ faz um ângulo θ com o eixo central (que foi tomado como sendo o eixo z) e possui uma componente perpendicular e uma componente paralela a esse eixo.

Cada elemento de carga do anel produz um campo elementar $d\vec{E}$ no ponto P , cujo módulo é dado pela Eq. 22-12. As componentes dos campos $d\vec{E}$ paralelas ao eixo central são todas iguais; as componentes perpendiculares têm o mesmo módulo, mas orientações diferentes. Na verdade, para cada componente perpendicular com uma dada orientação existe outra componente com a orientação oposta. Isso significa que a soma das componentes perpendiculares é nula; assim, as componentes perpendiculares se cancelam e não precisam ser consideradas. Restam as componentes paralelas; como todas têm o mesmo sentido, o campo elétrico no ponto P é a soma dessas componentes.

O módulo da componente paralela de $d\vec{E}$ que aparece na Fig. 22-10 é $dE \cos \theta$. De acordo com a figura, temos também

$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}} \quad (22-13)$$

Multiplicando a Eq. 22-12 pela Eq. 22-13, obtemos:

$$dE \cos \theta = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} ds \quad (22-14)$$

Para somar as componentes paralelas $dE \cos \theta$ produzidas por todos os elementos basta integrar a Eq. 22-14 ao longo da circunferência do anel, de $s = 0$ a $s = 2\pi R$. Como a única grandeza da Eq. 22-14 que varia durante a integração é s , as outras grandezas podem ser colocadas do lado de fora do sinal de integral. A integração nos dá

$$\begin{aligned} E &= \int dE \cos \theta = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} ds \\ &= \frac{z\lambda(2\pi R)}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (22-15)$$

Como λ é a carga por unidade de comprimento do anel, o termo $\lambda(2\pi R)$ da Eq. 22-15 é igual a q , a carga total do anel. Assim, a Eq. 22-15 pode ser escrita na forma

$$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (\text{anel carregado}). \quad (22-16)$$

Se a carga do anel for negativa, em vez de positiva, o módulo do campo no ponto P será o mesmo mas o sentido do campo será na direção do anel, e não para longe do anel.

Vamos agora verificar que forma assume a Eq. 22-16 no caso de um ponto sobre o eixo central tão distante da origem que $z \gg R$. Nesse caso, a expressão $z^2 + R^2$ da Eq. 22-16 pode ser aproximada por z^2 , e a Eq. 22-16 se torna

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{z^2} \quad (\text{anel carregado a grandes distâncias}). \quad (22-17)$$

Este é um resultado razoável, já que, visto de uma distância muito grande, o anel "parece" uma carga pontual. Substituindo z por r na Eq. 22-17 obtemos a Eq. 22-3, que fornece o módulo do campo elétrico produzido por uma carga pontual.

Vamos agora verificar o que a Eq. 22-16 nos diz a respeito do campo elétrico no centro do anel, ou seja, no ponto $z = 0$. Nesse ponto, de acordo com a Eq. 22-16, $E = 0$. Este resultado é razoável porque, no caso de uma carga de prova colocada no

centro do anel, a força eletrostática exercida pelo anel sobre a carga é nula: a força exercida por um elemento qualquer do anel é cancelada pela força exercida pelo elemento diametralmente oposto. De acordo com a Eq. 22-1, se a força eletrostática no centro do anel é nula, o campo elétrico também é nulo.

Exemplo 22-3 Aumente sua capacidade

A Fig. 22-11a mostra uma barra de plástico com uma carga $-Q$ uniformemente distribuída. A barra tem a forma de um arco de circunferência de 120° de extensão e raio r . Os eixos de coordenadas são escolhidos de tal forma que o eixo de simetria da barra é o eixo x e a origem P está no centro de curvatura do arco. Em termos de Q e r , qual é o campo elétrico \vec{E} produzido pela barra no ponto P ?

IDÉIA-CHAVE Como a barra possui uma distribuição contínua de cargas, devemos obter uma expressão para o campo elétrico produzido por um elemento de carga e integrar essa expressão ao longo da barra.

Um elemento: Considere um elemento de arco de comprimento ds fazendo um ângulo θ com o eixo x (Fig. 22-11b). Chamando de λ a densidade linear de cargas da barra, a carga do elemento de arco é dada por

$$dq = \lambda ds. \quad (22-18)$$

Campo do elemento: O elemento de carga produz um campo elétrico $d\vec{E}$ no ponto P , que está a uma distância r do elemento. Tratando o elemento como uma carga pontual, podemos usar a Eq. 22-3 para expressar o módulo de $d\vec{E}$ na forma

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2}. \quad (22-19)$$

Como a carga q é negativa, $d\vec{E}$ aponta na direção de ds .

Parceiro simétrico: Ao elemento ds corresponde um elemento simétrico (imagem especular) ds' , na metade inferior da barra. O campo elétrico $d\vec{E}'$ produzido por ds' no ponto P tem o mesmo módulo que $d\vec{E}$, mas aponta na direção de ds' ,

como mostra a Fig. 22-11b. Quando determinamos as componentes x e y dos campos elétricos $d\vec{E}$ e $d\vec{E}'$ (Fig. 22-11b) vemos que as componentes y se cancelam (porque têm o mesmo módulo e sentidos opostos). Vemos também que as componentes x têm o mesmo módulo e o mesmo sentido.

Soma: Assim, para determinar o campo elétrico produzido pela barra precisamos somar (por integração, no caso) apenas as componentes x dos campos elétricos produzidos pelos elementos de carga da barra. De acordo com a Fig. 22-11b e a Eq. 22-19, a componente dE_x do campo produzido pelo elemento ds é dada por

$$dE_x = dE \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r^2} \cos \theta ds. \quad (22-20)$$

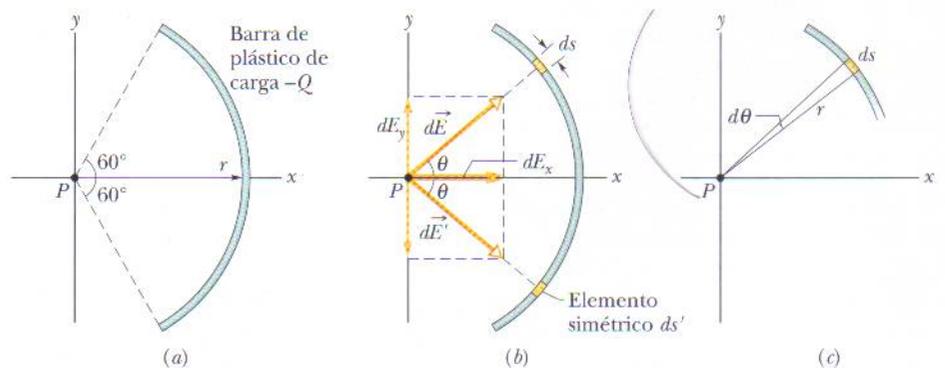
A Eq. 22-20 tem duas variáveis, θ e s . Antes de realizar a integração precisamos eliminar uma dessas variáveis. Para isso, usamos a relação

$$ds = r d\theta,$$

onde $d\theta$ é o ângulo, com vértice em P , que subtende um arco de comprimento ds (Fig. 22-11c). Depois de executar essa substituição podemos integrar a Eq. 22-20 de $\theta = -60^\circ$ a $\theta = 60^\circ$. O resultado é o módulo do campo elétrico produzido pela barra no ponto P :

$$\begin{aligned} E &= \int dE_x = \int_{-60^\circ}^{60^\circ} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r^2} \cos \theta r d\theta \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \int_{-60^\circ}^{60^\circ} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \left[\sin \theta \right]_{-60^\circ}^{60^\circ} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} [\sin 60^\circ - \sin(-60^\circ)] \\ &= \frac{1,73\lambda}{4\pi\epsilon_0 r}. \end{aligned} \quad (22-21)$$

FIG. 22-11 (a) Uma barra de plástico de carga $-Q$ tem a forma de um arco de circunferência de raio r e ângulo central 120° ; o ponto P é o centro de curvatura da barra. (b) Um elemento de carga na parte superior da barra, de comprimento ds e coordenada angular θ , cria um campo elétrico $d\vec{E}$ no ponto P . Um elemento ds' , simétrico a ds em relação ao eixo x , cria um campo $d\vec{E}'$ no ponto P com o mesmo módulo. (c) O ângulo $d\theta$ subtende um arco de comprimento ds .



(Se tivéssemos invertido os limites de integração obteríamos o mesmo resultado, mas com sinal negativo. Como a integração fornece apenas o módulo de \vec{E} , teríamos ignorado o sinal negativo.)

Densidade de cargas: Para determinar o valor de λ observamos que a barra subtende um ângulo de 120° , o que corresponde a um terço de circunferência. O comprimento da barra é, portanto, $2\pi r/3$ e a densidade linear de cargas é

$$\lambda = \frac{\text{carga}}{\text{comprimento}} = \frac{Q}{2\pi r/3} = \frac{0,477Q}{r}$$

Substituindo este valor na Eq. 22-21 e simplificando, obtemos

$$E = \frac{(1,73)(0,477Q)}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{0,83Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (\text{Resposta})$$

O campo elétrico \vec{E} no ponto P aponta para a barra e é paralelo ao eixo de simetria da distribuição de cargas. Em termos dos vetores unitários, o campo \vec{E} pode ser escrito na forma

$$\vec{E} = \frac{0,83Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{i}$$

TÁTICAS PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Tática 1: Como Lidar com Linhas de Cargas Vamos apresentar um método geral para calcular o campo elétrico \vec{E} produzido em um ponto P por uma linha, retilínea ou circular, com uma distribuição uniforme de cargas. O método consiste em escolher um elemento de carga dq , calcular o campo $d\vec{E}$ produzido por esse elemento e integrar $d\vec{E}$ para toda a linha.

- 1.º passo. Se a linha de cargas for circular, tome o comprimento do elemento de carga como sendo ds , o comprimento de um arco elementar. Se a linha for retilínea, suponha que coincide com o eixo x e tome o comprimento do elemento de carga como sendo dx . Assinale o elemento em um esboço da linha de cargas.
- 2.º passo. Relacione a carga dq do elemento ao comprimento do elemento usando a equação $dq = \lambda ds$ (se a linha for circular) ou a equação $dq = \lambda dx$ (se a linha for retilínea). Considere dq e λ positivos, mesmo que a carga seja negativa. (O sinal da carga será levado em consideração no próximo passo.)
- 3.º passo. Determine o campo $d\vec{E}$ produzido no ponto P pela carga dq usando a Eq. 22-3, substituindo q nessa equação por λds ou λdx . Se a carga da linha for positiva, desenhe o vetor $d\vec{E}$ com a origem no ponto P e apontando para longe de dq ; se for negativa, desenhe o vetor com a origem no ponto P e apontando na direção de dq .
- 4.º passo. Preste atenção na simetria do problema. Se P está sobre um eixo de simetria da distribuição de cargas, determine as componentes do campo $d\vec{E}$ produzido no ponto P pela carga dq nas direções paralela e perpendicular ao eixo de simetria. Em seguida, considere um segundo elemento de carga dq' que esteja situado simetricamente em relação a dq . Determine o campo $d\vec{E}'$ produzido pelo elemento de carga dq' e suas componentes. Uma das componentes do campo produzido por dq é uma *componente subtrativa*; essa componente é cancelada por uma componente produzida por dq' , e não precisa ser considerada. A outra componente produzida por dq é uma *componente aditiva*; ela se soma a uma componente produzida por dq' . Some (por integração) as componentes aditivas de todos os elementos de carga.
- 5.º passo. Seguem-se quatro tipos gerais de distribuição uniforme de cargas, com sugestões para simplificar a integral do 4.º passo.

Anel, com o ponto P no eixo (central) de simetria, como na Fig. 22-10. Na expressão de dE , substitua r^2 por $z^2 + R^2$, como na Eq. 22-12. Expresse a componente aditiva de $d\vec{E}$ em termos de θ . Isso introduz um fator $\cos \theta$, mas θ é o mesmo para todos os elementos e, portanto, não constitui uma variável. Substitua $\cos \theta$ por seu valor, como na Eq. 22-13, e integre em relação a s ao longo da circunferência do anel.

Arco de circunferência, com o ponto P no centro de curvatura, como na Fig. 22-11. Expresse a componente aditiva de $d\vec{E}$ em termos de θ . Isso introduz um fator $\sin \theta$ ou $\cos \theta$. Reduza as variáveis s e θ a uma única variável, θ , substituindo ds por $r d\theta$. Integre em relação a θ , como no Exemplo 22-3, de uma das extremidades do arco até a extremidade oposta.

Segmento de reta, com o ponto P sobre um prolongamento da linha de cargas, como na Fig. 22-12a. Na expressão de dE , substitua r por x . Integre em relação a x de uma das extremidades do segmento de reta até a extremidade oposta.

Segmento de reta, com o ponto P a uma distância perpendicular y da linha de cargas, como na Fig. 22-12b. Na expressão de dE , substitua r por uma função de x e y . Se o ponto P está sobre a mediatriz da linha de cargas, determine uma expressão para a componente aditiva de $d\vec{E}$. Isso introduz um fator $\sin \theta$ ou $\cos \theta$. Reduza as variáveis x e θ a uma

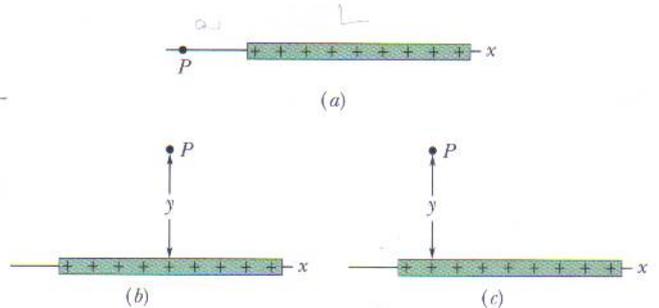
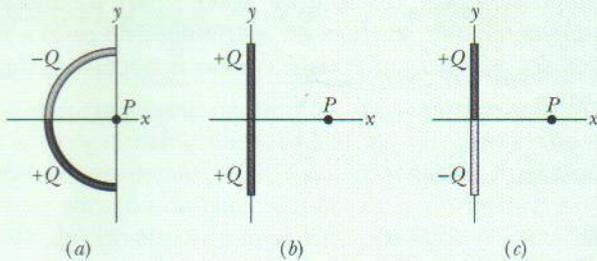


FIG. 22-12 (a) O ponto P está sobre um prolongamento da linha de cargas. (b) O ponto P está sobre a mediatriz da linha de cargas, a uma distância perpendicular y da linha de cargas. (c) O ponto P não está sobre um eixo de simetria.

TESTE 2 A figura mostra três barras não-condutoras, uma circular e duas retilíneas. Todas possuem uma carga de módulo Q na metade superior e outra carga de módulo Q na metade inferior. Para cada barra, qual é a orientação do campo elétrico total no ponto P ?



única variável, x , substituindo a função trigonométrica por uma expressão (sua definição) envolvendo x e y . Integre em relação a x de uma das extremidades do segmento de reta até a extremidade oposta. Se P não está sobre um eixo de simetria, como na Fig. 22-12c, escreva uma integral para somar as componentes de dE_x e integre em relação a x para obter E_x . Escreva também uma integral para somar as componentes de dE_y e integre em relação a x para obter E_y . Use as componentes E_x e E_y da forma usual para determinar o módulo E e a orientação de \vec{E} .

6.º passo. Uma ordem dos limites de integração leva a um resultado positivo; a ordem inversa leva ao mesmo resultado, mas com sinal negativo. Ignore o sinal negativo. Se o resultado for pedido em termos da carga total Q da distribuição, substitua λ por Q/L , onde L é o comprimento da distribuição. No caso de um anel, L é a circunferência do anel.

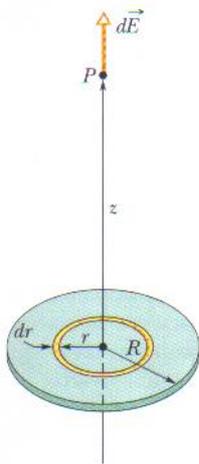


FIG. 22-13 Um disco de raio R com uma distribuição uniforme de cargas positivas. O anel mostrado na figura tem raio r , largura radial dr e cria um campo elétrico $d\vec{E}$ no ponto P , situado sobre o eixo central do disco.

22-7 | Campo Elétrico Produzido por um Disco Carregado

A Fig. 22-13 mostra um disco circular de plástico, de raio R , com uma distribuição uniforme de cargas positivas σ na superfície superior (veja a Tabela 22-2). Qual é o campo elétrico no ponto P , situado no eixo central a uma distância z do disco?

A idéia é dividir o disco em anéis concêntricos elementares e calcular o campo elétrico no ponto P somando (ou seja, integrando) as contribuições de todos os anéis. A Fig. 22-13 mostra um anel elementar de raio r e largura radial dr . Como σ é a carga por unidade de área, a carga do anel é dada por

$$dq = \sigma dA = \sigma(2\pi r dr), \quad (22-22)$$

onde dA é a área do anel elementar.

O problema do campo elétrico produzido por um anel de cargas já foi resolvido. Substituindo na Eq. 22-16 q por dq da Eq. 22-22 e R por r , obtemos uma expressão para o campo elétrico dE produzido no ponto P pelo anel elementar de cargas:

$$dE = \frac{z\sigma 2\pi r dr}{4\pi\epsilon_0(z^2 + r^2)^{3/2}},$$

que pode ser escrito na forma

$$dE = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \frac{2r dr}{(z^2 + r^2)^{3/2}}. \quad (22-23)$$

Podemos agora calcular E integrando a Eq. 22-23 para toda a superfície do disco, ou seja, integrando em relação à variável r de $r = 0$ a $r = R$. Observe que z permanece constante durante o processo. Temos:

$$E = \int dE = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \int_0^R (z^2 + r^2)^{-3/2} (2r) dr. \quad (22-24)$$

Para resolver esta integral, basta colocá-la na forma $\int X^m dX$ fazendo $X = (z^2 + r^2)$, $m = -3/2$ e $dX = (2r) dr$. Usando a relação

$$\int X^m dX = \frac{X^{m+1}}{m+1},$$

a Eq. 22-24 se torna

$$E = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \left[\frac{(z^2 + r^2)^{-1/2}}{-1/2} \right]_0^R. \quad (22-25)$$

Tomando os limites da Eq. 22-25 e reagrupando os termos, obtemos:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \quad (\text{disco carregado}) \quad (22-26)$$

como o módulo do campo elétrico produzido por um disco circular carregado em pontos sobre o eixo central. (Ao executar a integração, supusemos que $z \geq 0$.)

Fazendo $R \rightarrow \infty$ e mantendo z finito, o segundo termo do fator entre parênteses da Eq. 22-26 tende a zero e a equação se reduz a

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (\text{placa infinita}). \quad (22-27)$$

que é o campo elétrico produzido por uma distribuição uniforme de cargas na superfície de uma placa de dimensões infinitas feita de um material não-condutor, como o plástico. As linhas de campo elétrico para essa situação aparecem na Fig. 22-3.

Podemos também obter a Eq. 22-27 fazendo $z \rightarrow 0$ na Eq. 22-26 e mantendo R finito. Isso mostra que para pontos muito próximos do disco, o campo elétrico produzido pelo disco é igual ao que seria produzido por um disco de raio infinito.

22-8 | Uma Carga Pontual em um Campo Elétrico

Nas últimas quatro seções trabalhamos na primeira de nossas duas tarefas: dada uma distribuição de cargas, determinar o campo elétrico produzido nas vizinhanças. Vamos agora começar a segunda tarefa: determinar o que acontece com uma partícula carregada quando está na presença de um campo elétrico produzido por outras cargas estacionárias ou que estejam se movendo lentamente.

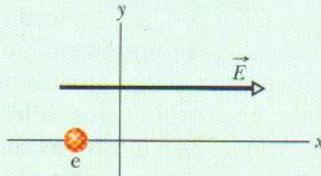
O que acontece é que a partícula é submetida a uma força eletrostática dada por

$$\vec{F} = q\vec{E}, \quad (22-28)$$

onde q é a carga da partícula (incluindo o sinal) e \vec{E} é o campo elétrico produzido pelas outras cargas na posição da partícula. (O campo *não inclui* o campo produzido pela própria partícula; para distinguir os dois campos, o campo que age sobre a partícula na Eq. 22-28 é muitas vezes chamado de *campo externo*. Uma partícula ou objeto carregado não é afetado por seu próprio campo elétrico.) De acordo com a Eq. 22-28,

A força eletrostática \vec{F} que age sobre uma partícula carregada submetida a um campo elétrico \vec{E} tem o mesmo sentido que \vec{E} se a carga q da partícula for positiva e o sentido oposto se a carga q for negativa.

TESTE 3 (a) Qual é, na figura, a orientação da força eletrostática que age sobre o elétron na presença do campo elétrico indicado? (b) Em que direção o elétron é acelerado se estava se movendo paralelamente ao eixo y e antes de ser aplicado o ao campo externo? (c) Se o elétron estava se movendo para a direita antes de ser aplicado o campo externo, sua velocidade aumenta, diminui ou permanece constante quando o campo é aplicado?



Medindo a Carga Elementar

A Eq. 22-28 desempenhou um papel importante na medição da carga elementar e , realizada pelo físico americano Robert A. Millikan em 1910-1913. A Fig. 22-14 é uma

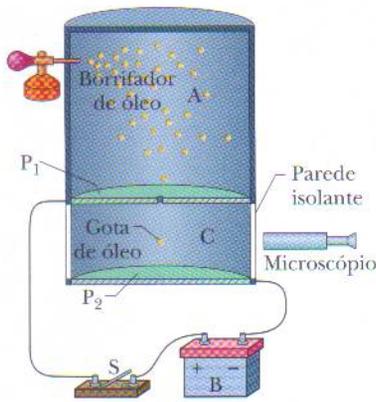


FIG. 22-14 Representação esquemática do equipamento usado por Millikan para medir a carga elementar e . Quando uma gota de óleo eletricamente carregada penetra na câmara C através de um orifício na placa P_1 seu movimento pode ser controlado fechando e abrindo uma chave S, assim criando e eliminando um campo elétrico na câmara C. O microscópio foi usado para observar a gota e medir sua velocidade.

representação esquemática do equipamento usado por Millikan. Quando gotículas de óleo são borrifadas na câmara A algumas adquirem uma carga elétrica, positiva ou negativa. Considere uma gota que atravessa um pequeno orifício na placa P_1 e penetra na câmara C. Suponha que a gota possui uma carga negativa q .

Enquanto a chave S da Fig. 22-14 está aberta, como na figura, a bateria B não tem nenhuma influência sobre a câmara C e a gota cai por efeito da gravidade. Quando a chave é fechada (ou seja, quando o terminal positivo da bateria é ligado à placa C), a bateria faz com que uma carga positiva se acumule na placa condutora P_1 e uma carga negativa se acumule na placa condutora P_2 . As placas criam um campo elétrico \vec{E} na câmara C dirigido verticalmente para baixo. De acordo com a Eq. 22-28, este campo exerce uma força eletrostática sobre qualquer gota carregada que penetre na câmara C, afetando seu movimento. Em particular, nossa gota negativamente carregada tende a se mover para cima.

Observando o movimento das gotas de óleo com a chave aberta e com a chave fechada e usando a diferença para calcular o valor da carga q de cada gota, Millikan descobriu que os valores de q eram sempre dados por

$$q = ne, \quad \text{para } n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (22-29)$$

onde e é a constante que mais tarde foi chamada de *carga elementar* e tem o valor de $1,60 \times 10^{-19}$ C. O experimento de Millikan constitui uma prova convincente de que a carga elétrica é quantizada; o cientista recebeu o prêmio Nobel de física de 1923 em parte por esse trabalho. Atualmente são usados outros métodos para medir a carga elementar, mais precisos que o utilizado nos experimentos pioneiros de Millikan.

Impressoras Jato de Tinta

A necessidade de impressoras mais rápidas e de alta resolução levou os fabricantes a procurar alternativas para a impressão por impacto usada nas antigas máquinas de escrever. Uma das soluções encontradas foi o emprego de campos elétricos para controlar o movimento de pequenas gotas de tinta. Alguns modelos de impressoras jato de tinta utilizam esse sistema.

A Fig. 22-15 mostra uma gota de tinta negativamente carregada que se move entre duas placas defletoras usadas para criar um campo elétrico uniforme, dirigido para baixo. De acordo com a Eq. 22-28, a gota é desviada para cima e atinge o papel em uma posição que depende do módulo de \vec{E} e da carga q da gota.

Na prática, o valor de E é mantido constante e a posição da gota é determinada pela carga q fornecida à gota por uma unidade de carregamento pela qual a gota passa antes de entrar no sistema de deflexão. A unidade de carregamento, por sua vez, é controlada por sinais eletrônicos que definem o texto ou desenho a ser impresso.

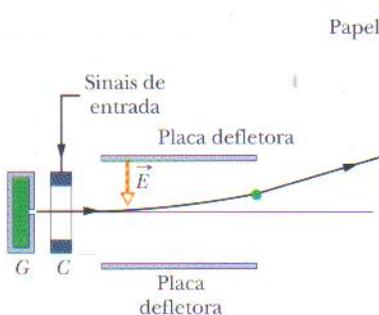


FIG. 22-15 Representação esquemática de um tipo de impressora jato de tinta. Gotas de tinta são produzidas no gerador G e recebem uma carga na unidade de carregamento C . Um sinal elétrico proveniente de um computador controla a carga fornecida a cada gota e, portanto, o efeito de um campo constante \vec{E} sobre a gota e a posição em que a gota atinge o papel. Cerca de 100 gotas são necessárias para formar uma letra.

Ruptura Dielétrica e Centelhamento

Quando o módulo do campo elétrico no ar excede um certo valor crítico E_c , o ar sofre uma *ruptura dielétrica*, processo no qual o campo arranca elétrons de átomos do ar. Com isso, o ar se torna um condutor de corrente elétrica, já que os elétrons arrancados são postos em movimento pelo campo. Ao se moverem, esses elétrons colidem com outros átomos do ar, fazendo com que emitam luz. Podemos ver o caminho percorrido pelos elétrons graças à luz emitida, que recebe o nome de centelha. A Fig. 22-16 mostra as centelhas que aparecem na extremidade de condutores metálicos quando os campos elétricos produzidos pelos fios provocam a ruptura dielétrica do ar.

Polinização e Eletrostática

A capacidade de uma abelha de transportar pólen de uma flor para outra depende de dois fatores: (1) as abelhas adquirem uma carga elétrica durante o vôo; (2) a an-

tera de uma flor (Fig. 22-17a) está isolada eletricamente da terra, mas o estigma está ligado eletricamente à terra. Quando uma abelha passa nas proximidades de uma antera o campo elétrico produzido pela carga da abelha induz uma carga em um grão de pólen eletricamente neutro, fazendo com que o lado mais próximo da abelha fique ligeiramente mais negativo que o lado mais afastado (Fig. 22-17b). As cargas dos dois lados são iguais, mas as distâncias até a abelha são diferentes e a força de atração sobre o lado mais próximo é ligeiramente maior que a força de repulsão sobre o lado mais afastado. Em consequência, o grão de pólen é atraído para a abelha e fica preso nos pêlos do inseto enquanto este voa para a flor seguinte.

Quando a abelha se aproxima de um estigma de outra flor a carga da abelha e a carga induzida no grão atraem alguns elétrons de condução até a ponta do estigma (Fig. 22-17c), porque o estigma está ligado eletricamente à terra. Esses elétrons atraem as cargas de sinal oposto existentes no lado mais próximo do grão e repelem as cargas de mesmo sinal existentes no outro lado. Essa força muitas vezes é suficiente para fazer o grão de pólen saltar para o estigma, iniciando o processo de fecundação da planta. Hoje em dia os engenheiros agrícolas imitam esse processo borrifando as plantas com grãos de pólen eletricamente carregados, para que os grãos se concentrem preferencialmente nos estigmas.



FIG. 22-16 Centelhas aparecem na extremidade de condutores metálicos quando os campos elétricos produzidos pelos fios provocam a ruptura dielétrica do ar. (Adam Hart-Davis/Photo Researchers)

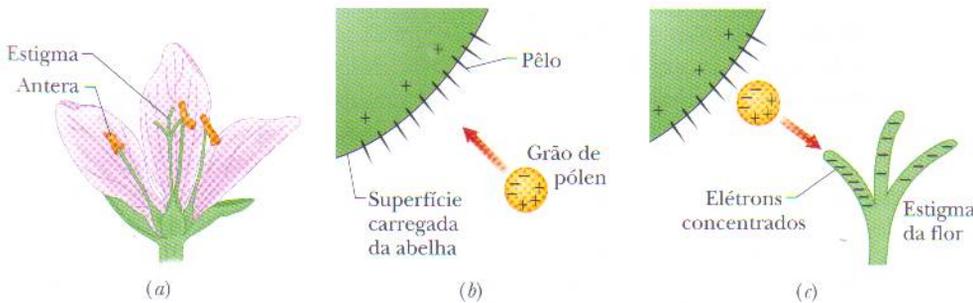


FIG. 22-17 (a) A antera e o estigma de uma flor. (b) Uma abelha induz uma carga elétrica em um grão de pólen. (c) Elétrons se acumulam na ponta do estigma, atraindo o grão de pólen.

Exemplo 22-4

A Fig. 22-18 mostra as placas defletoras de uma impressora a jato de tinta, com eixos de coordenadas superpostos. Uma gota de tinta com uma massa m de $1,3 \times 10^{-10}$ kg e uma carga negativa de valor absoluto $Q = 1,5 \times 10^{-13}$ C penetra na região entre as placas, movendo-se inicialmente na direção do eixo x com uma velocidade $v_x = 18$ m/s. O comprimento L de cada placa é 1,6 cm. As placas estão carregadas e, portanto, produzem um campo elétrico

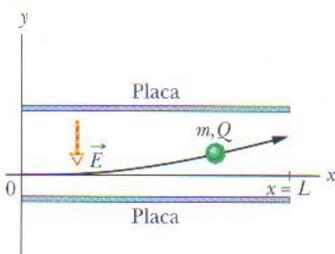


FIG. 22-18 Uma gota de tinta de massa m e carga Q é desviada pelo campo elétrico de uma impressora jato de tinta.

em todos os pontos da região entre elas. Suponha que este campo \vec{E} esteja dirigido verticalmente para baixo, seja uniforme e tenha um módulo de $1,4 \times 10^6$ N/C. Qual é a deflexão vertical da gota ao deixar a região entre as placas? (A força gravitacional é pequena em comparação com a força eletrostática, e pode ser desprezada.)

IDÉIA-CHAVE A gota está negativamente carregada e o campo elétrico está dirigido para baixo. De acordo com a Eq. 22-28, a gota é submetida a uma força eletrostática constante de módulo QE , dirigida para cima. Assim, ao mesmo tempo em que se desloca paralelamente ao eixo x com velocidade constante v_x , a gota é acelerada para cima com uma aceleração constante a_y .

Cálculos: Aplicando a segunda lei de Newton ($F = ma$) às componentes y da força e da aceleração, temos:

$$a_y = \frac{F}{m} = \frac{QE}{m}. \quad (22-30)$$

Seja t o tempo necessário para que a gota passe pela região entre as placas. Durante esse intervalo os deslocamentos vertical e horizontal da gota são

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 \quad \text{e} \quad L = v_x t, \quad (22-31)$$

respectivamente. Eliminando t nas duas equações e substituindo a_y por seu valor, dado pela Eq. (22-30), temos:

$$\begin{aligned} y &= \frac{QEL^2}{2mv_x^2} \\ &= \frac{(1,5 \times 10^{-13} \text{ C})(1,4 \times 10^6 \text{ N/C})(1,6 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{(2)(1,3 \times 10^{-10} \text{ kg})(18 \text{ m/s})^2} \\ &= 6,4 \times 10^{-4} \text{ m} \\ &= 0,64 \text{ mm}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

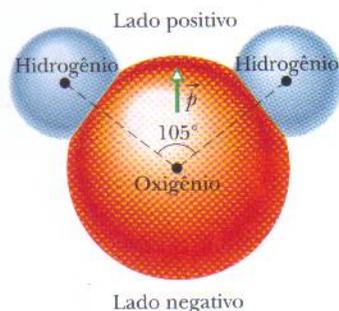


FIG. 22-19 Uma molécula de H_2O , mostrando os três núcleos (representados por pontos) e as regiões ocupadas pelos elétrons. O momento dipolar elétrico \vec{p} aponta do lado do oxigênio (negativo) para o lado do hidrogênio (positivo) da molécula.

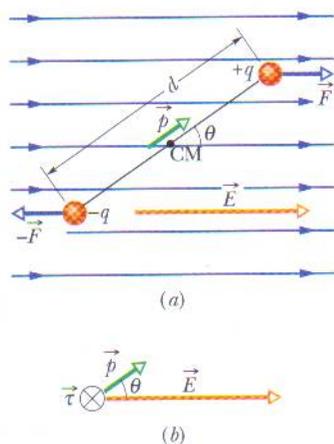


FIG. 22-20 (a) Um dipolo elétrico na presença de um campo elétrico externo uniforme \vec{E} . Dois centros de cargas de mesmo valor absoluto e sinais opostos estão separados por uma distância d . A reta que liga as cargas representa o fato de que a distância entre elas se mantém constante. (b) O campo \vec{E} aplica um torque $\vec{\tau}$ ao dipolo. A direção de $\vec{\tau}$ é para dentro do papel, o que está representado na figura pelo símbolo \otimes .

22-9 | Um Dipolo em um Campo Elétrico

Definimos o momento dipolar elétrico \vec{p} de um dipolo elétrico como um vetor que aponta da carga negativa para a carga positiva do dipolo. Como vamos ver, o comportamento de um dipolo na presença de um campo elétrico externo \vec{E} pode ser totalmente descrito em termos dos vetores \vec{E} e \vec{p} , sem necessidade de levar em conta a estrutura detalhada do dipolo.

Uma molécula de água (H_2O) se comporta como um dipolo elétrico; a Fig. 22-19 mostra a razão. Na figura, os pontos representam o núcleo de oxigênio (com oito prótons) e os dois núcleos de hidrogênio (com um próton cada um). As áreas sombreadas representam as regiões em que os elétrons da molécula podem ser encontrados.

Na molécula de água os dois átomos de hidrogênio e o átomo de oxigênio não estão alinhados, mas formam um ângulo de aproximadamente 105° , como mostra a Fig. 22-19. Em consequência, a molécula possui um “lado do oxigênio” e um “lado do hidrogênio”. Além disso, os 10 elétrons da molécula tendem a permanecer mais tempo nas proximidades do núcleo de oxigênio que nas proximidades dos núcleos de hidrogênio. Isso torna o lado do oxigênio ligeiramente mais negativo que o lado do hidrogênio e dá origem a um momento dipolar elétrico \vec{p} alinhado com o eixo de simetria da molécula, como mostra a figura. Quando a molécula de água é submetida a um campo elétrico externo ela se comporta como o dipolo elétrico mais abstrato da Fig. 22-8.

Para investigar esse comportamento, considere este dipolo abstrato na presença de um campo elétrico externo uniforme \vec{E} , como na Fig. 22-20a. Vamos supor que o dipolo é uma estrutura rígida formada por duas cargas de sinais opostos, de valor absoluto q , separadas por uma distância d . O momento dipolar \vec{p} faz um ângulo θ com o campo \vec{E} .

As duas extremidades do dipolo estão sujeitas a forças eletrostáticas. Como o campo elétrico é uniforme, essas forças têm sentidos opostos (como mostra a Fig. 22-20a) e o mesmo módulo $F = qE$. Assim, como o campo é uniforme, a força total a que está submetido o dipolo é nula e o centro da massa do dipolo não se move. Entretanto, as forças que agem sobre as extremidades do dipolo produzem um torque $\vec{\tau}$ em relação ao centro de massa. O centro de massa está sobre a reta que liga as cargas, a uma certa distância x de uma das cargas e, portanto, a uma distância $d - x$ da outra. De acordo com a Eq. 10-39 ($\tau = rF \sin \phi$), podemos escrever o módulo do torque total $\vec{\tau}$ como

$$\tau = Fx \sin \theta + F(d - x) \sin \theta = Fd \sin \theta. \quad (22-32)$$

Podemos também escrever o módulo de $\vec{\tau}$ em termos dos módulos do campo elétrico E e do momento dipolar $p = qd$. Para isso, substituímos F por qE e d por p/q na Eq. 22-32, o que nos dá

$$\tau = pE \sin \theta. \quad (22-33)$$

Podemos generalizar esta equação para a forma vetorial e escrever

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \quad (\text{torque de um dipolo}). \quad (22-34)$$

Os vetores \vec{p} e \vec{E} estão representados na Fig. 22-20b. O torque aplicado ao dipolo tende a fazer girar o vetor \vec{p} (e, portanto, o dipolo) na direção do campo \vec{E} , dimi-

nuindo o valor de θ . Na situação mostrada na Fig. 22-20 essa rotação é no sentido horário. Como foi discutido no Capítulo 10, para indicar que um torque produz uma rotação no sentido horário acrescentamos um sinal negativo ao módulo do torque. Usando essa convenção, o torque da Fig. 22-20 é

$$\tau = -pE \sin \theta. \quad (22-35)$$

Energia Potencial de um Dipolo Elétrico

Uma energia potencial pode ser associada à orientação de um dipolo elétrico em relação a um campo elétrico. A energia potencial do dipolo é mínima quando o momento \vec{p} está alinhado com o campo \vec{E} (nesse caso, $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} = 0$). A energia potencial é maior para todas as outras orientações. Sob esse aspecto, o dipolo é como um pêndulo, para o qual a energia potencial é mínima em uma orientação específica, aquela em que o peso se encontra no ponto mais baixo da trajetória. Para fazer com que o dipolo ou o pêndulo assumam qualquer outra orientação é preciso usar algum agente externo.

Em qualquer problema que envolva energia potencial temos liberdade para definir a situação em que a energia potencial é nula, já que são apenas as diferenças de energia potencial que possuem realidade física. No caso da energia potencial de um dipolo na presença de um campo elétrico as equações se tornam mais simples quando definimos que a energia potencial é nula quando o ângulo θ da Fig. 22-20 é de 90° . Podemos calcular a energia potencial U do dipolo para qualquer outro valor de θ usando a Eq. 8-1 ($\Delta U = -W$) e calculando o trabalho W executado pelo campo sobre o dipolo quando este gira da posição de 90° para a posição θ . Usando a Eq. 10-53 ($W = \int \tau d\theta$) e a Eq. 22-35, é fácil mostrar que a energia potencial U para um ângulo θ qualquer é dada por

$$U = -W = - \int_{90^\circ}^{\theta} \tau d\theta = \int_{90^\circ}^{\theta} pE \sin \theta d\theta. \quad (22-36)$$

Resolvendo essa integral, obtemos

$$U = -pE \cos \theta. \quad (22-37)$$

Podemos generalizar essa equação para a forma vetorial e escrever

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad (\text{energia potencial de um dipolo}). \quad (22-38)$$

As Eqs. 22.37 e 22.38 mostram que a energia potencial do dipolo é mínima ($U = -pE$) para $\theta = 0$, situação em que \vec{p} e \vec{E} estão alinhados e apontam no mesmo sentido. A energia potencial é máxima ($U = pE$) para $\theta = 180^\circ$, situação em que \vec{p} e \vec{E} estão alinhados e apontam em sentidos opostos.

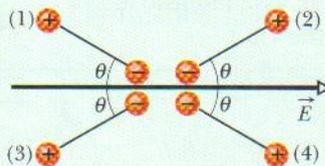
Quando um dipolo gira de uma orientação inicial θ_i para outra orientação θ_f , o trabalho W realizado pelo campo elétrico sobre o dipolo é dado por

$$W = -\Delta U = -(U_f - U_i), \quad (22-39)$$

onde U_f e U_i podem ser calculadas usando a Eq. 22-38. Se a mudança de orientação é causada por um torque aplicado (normalmente considerado um agente externo), o trabalho W_a realizado pelo torque sobre o dipolo é o negativo do trabalho realizado pelo campo sobre o dipolo, ou seja,

$$W_a = -W = (U_f - U_i). \quad (22-40)$$

TESTE 4 A figura mostra quatro orientações de um dipolo elétrico em relação a um campo elétrico externo. Coloque as orientações na ordem (a) do módulo do torque a que está submetido o dipolo e (b) da energia potencial do dipolo, começando pelo maior valor.



Forno de Microondas

Todo alimento que contém água pode ser esquentado ou cozido em um forno de microondas, porque as moléculas de água são dipolos elétricos. Quando o forno é ligado uma fonte de microondas produz um campo elétrico alternado \vec{E} no interior do forno e também no interior do alimento. De acordo com a Eq. 22-34, o campo elétrico \vec{E} aplica um torque ao momento dipolar elétrico \vec{p} que tende a alinhar \vec{p} com \vec{E} . Como o campo \vec{E} é alternado, as moléculas de água mudam constantemente de orientação, tentando alinhar-se com \vec{E} .

A energia do campo elétrico é transferida para a energia térmica da água (e, portanto, do alimento) nos locais em que três moléculas de água se uniram para formar um grupo. A agitação produzida pelo campo elétrico separa essas moléculas. Quando as moléculas tornam a se unir a energia da ligação é transferida para um movimento aleatório do grupo e, em seguida, para as moléculas vizinhas. Em pouco tempo a energia térmica da água é suficiente para cozinhar o alimento. Às vezes esse tipo de aquecimento é traiçoeiro. Se você esquentar uma rosquinha recheada com geléia, por exemplo, a geléia (que contém muita água) se aquece muito mais que a massa da rosquinha (que contém menos água). Embora a parte de fora da rosquinha esteja quase fria, a geléia pode estar suficientemente quente para queimar sua boca se você não tomar cuidado ao dar a primeira dentada. Se as moléculas de água não fossem dipolos elétricos não haveria fornos de microondas.

Exemplo 22-5

Uma molécula de água (H_2O) neutra no estado de vapor tem um momento dipolar elétrico cujo módulo é $6,2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$.

(a) Qual é a distância entre os centros de cargas positivas e de cargas negativas da molécula?

IDÉIA-CHAVE

O momento dipolar de uma molécula depende do valor absoluto q da carga positiva ou negativa da molécula e da distância d entre as cargas.

Cálculos: Como uma molécula neutra de água possui 10 elétrons e 10 prótons, o módulo do momento dipolar é dado por

$$p = qd = (10e)(d),$$

onde d é a distância que queremos determinar e e é a carga elementar. Assim, temos:

$$\begin{aligned} d &= \frac{p}{10e} = \frac{6,2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}}{(10)(1,60 \times 10^{-19} \text{ C})} \\ &= 3,9 \times 10^{-12} \text{ m} = 3,9 \text{ pm}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Essa distância é menor do que o raio do átomo de hidrogênio.

(b) Se a molécula é submetida um campo elétrico de $1,5 \times 10^4 \text{ N/C}$, qual é o máximo torque que o campo elétrico pode exercer sobre ela? (Um campo com essa intensidade pode facilmente ser produzido em laboratório.)

IDÉIA-CHAVE

O torque exercido por um campo elétrico sobre um dipolo é máximo quando o ângulo θ entre \vec{p} e \vec{E} é de 90° .

Cálculo: Fazendo $\theta = 90^\circ$ na Eq. 22-33, obtemos

$$\begin{aligned} \tau &= pE \sin \theta \\ &= (6,2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m})(1,5 \times 10^4 \text{ N/C})(\sin 90^\circ) \\ &= 9,3 \times 10^{-26} \text{ N} \cdot \text{m}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

(c) Que trabalho deve ser realizado por um agente externo para fazer a molécula girar de 180° na presença desse campo, partindo da posição em que a energia potencial é mínima, $\theta = 0^\circ$?

IDÉIA-CHAVE

O trabalho realizado por um agente externo (através de um torque aplicado à molécula) é igual à variação da energia potencial da molécula devida à mudança de orientação.

Cálculo: De acordo com a Eq. 22-40, temos:

$$\begin{aligned} W_a &= U_{180^\circ} - U_0 \\ &= (-pE \cos 180^\circ) - (-pE \cos 0) \\ &= 2pE = (2)(6,2 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m})(1,5 \times 10^4 \text{ N/C}) \\ &= 1,9 \times 10^{-25} \text{ J}. \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

REVISÃO E RESUMO

Campo Elétrico Uma forma de explicar a força eletrostática entre duas cargas é supor que toda carga produz um campo elétrico no espaço que a cerca. A força eletrostática que age sobre uma das cargas é atribuída ao campo elétrico produzido pela outra carga na posição da primeira.

Definição de Campo Elétrico O campo elétrico \vec{E} em qualquer ponto do espaço é definido em termos da força eletrostática \vec{F} que seria exercida em uma carga de prova positiva q_0 colocada nesse ponto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (22-1)$$

Linhas de Campo Elétrico As linhas de campo elétrico são usadas para visualizar a orientação e a intensidade dos campos elétricos. O vetor campo elétrico em qualquer ponto do espaço é tangente à linha de campo elétrico que passa por esse ponto. A densidade de linhas de campo elétrico em uma região do espaço é proporcional ao módulo do campo elétrico nessa região. As linhas de campo elétrico começam em cargas positivas e terminam em cargas negativas.

Campo Produzido por uma Carga Pontual O módulo do campo elétrico \vec{E} produzido por uma carga pontual q a uma distância r da carga é dado por

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (22-3)$$

O sentido de \vec{E} é para longe da carga pontual se a carga é positiva e na direção da carga se esta é negativa.

Campo Produzido por um Dipolo Elétrico Um dipolo elétrico é formado por duas partículas com cargas de mesmo valor absoluto q e sinais opostos, separadas por uma pequena distância d . O momento dipolar elétrico \vec{p} de um dipolo tem módulo qd e aponta da carga negativa para a carga positiva. O mó-

dulo do campo elétrico produzido por um dipolo em um ponto distante sobre o eixo do dipolo (reta que passa pelas duas cargas) é dado por

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3}, \quad (22-9)$$

onde z é a distância entre o ponto e o centro do dipolo.

Campo Produzido por uma Distribuição Contínua de Cargas O campo elétrico produzido por uma distribuição contínua de cargas pode ser calculado tratando elementos de carga como cargas pontuais e somando, por integração, os campos elétricos produzidos por todos os elementos de carga.

Força Exercida por um Campo Elétrico sobre uma Carga Pontual Quando uma carga pontual q é submetida a um campo elétrico externo \vec{E} produzido por outras cargas, a força eletrostática \vec{F} que age sobre a carga pontual é dada por

$$\vec{F} = q\vec{E}. \quad (22-28)$$

A força \vec{F} tem o mesmo sentido que \vec{E} se a carga q for positiva e o sentido oposto se a carga for negativa.

Força Exercida por um Campo Elétrico sobre um Dipolo Quando um dipolo elétrico de momento dipolar \vec{p} é submetido a um campo elétrico \vec{E} , o campo exerce sobre o dipolo um torque $\vec{\tau}$ dado por

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}. \quad (22-34)$$

A energia potencial U do dipolo depende de sua orientação em relação ao campo:

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}. \quad (22-38)$$

Essa energia potencial é definida como sendo nula ($U = 0$) quando \vec{p} é perpendicular a \vec{E} , mínima ($U = -pE$) quando \vec{p} e \vec{E} estão alinhados e apontam no mesmo sentido, e máxima ($U = pE$) quando \vec{p} e \vec{E} estão alinhados e apontam em sentidos opostos.

PERGUNTAS

1 A Fig. 22-21 mostra três configurações de campo elétrico, representadas por linhas de campo. Nas três configurações, um próton é liberado no ponto A a partir do repouso e acelerado pelo campo elétrico até o ponto B . A distância entre A e B é a mesma nas três configurações. Ordene as configurações de acordo com o módulo do momento linear do próton no ponto B , em ordem decrescente.

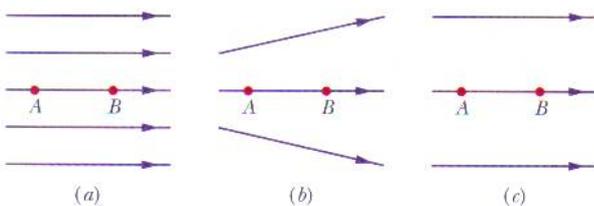


FIG. 22-21 Pergunta 1.

2 A Fig. 22-22 mostra quatro sistemas nos quais quatro partículas carregadas estão uniformemente espaçadas à esquerda e à direita de um ponto central. Os valores das cargas estão indicados. Ordene os sistemas de acordo com o módulo do campo elétrico no ponto central, em ordem decrescente.

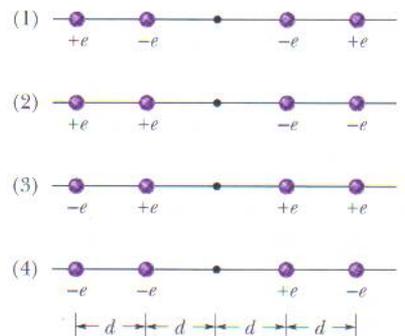


FIG. 22-22 Pergunta 2.

3 A Fig. 22-23 mostra duas partículas carregadas mantidas fixas sobre um eixo. (a) Em que ponto do eixo (além do infinito) o campo elétrico é zero: à esquerda das cargas, entre as cargas ou à direita das cargas? (b) Existe algum ponto (além do infinito) fora do eixo em que o campo elétrico seja zero?



FIG. 22-23 Pergunta 3.

4 A Fig. 22-24 mostra dois conjuntos de partículas carregadas em forma de quadrado. Os lados dos quadrados, cujo centro é o ponto P , não são paralelos. A distância entre as partículas situadas no mesmo quadrado é d ou $d/2$. Determine o módulo e a direção do campo elétrico total no ponto P .

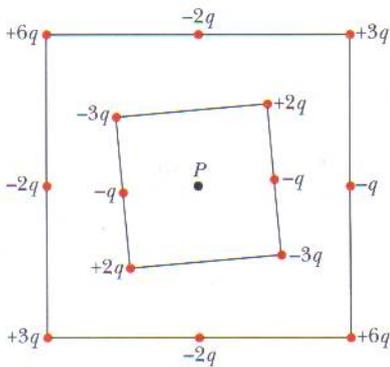


FIG. 22-24 Pergunta 4.

5 Na Fig. 22-25 duas partículas de carga $-q$ estão dispostas simetricamente em relação ao eixo y e produzem campos elétricos em um ponto P situado sobre o mesmo eixo. (a) Os módulos dos dois campos no ponto P são iguais? (b) Os campos apontam na direção das cargas ou para longe das cargas? (c) O módulo do campo elétrico total no ponto P é igual à soma dos módulos E dos campos elétricos produzidos pelas duas cargas (ou seja, é igual a $2E$)? (d) As componentes x dos campos produzidos pelas duas cargas se somam ou se cancelam? (e) As componentes y se somam ou se cancelam? (f) A direção do campo total no ponto P é a das componentes que se somam ou a das componentes que se cancelam? (g) Qual é a direção do campo total?

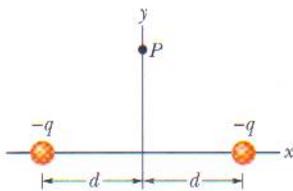


FIG. 22-25 Pergunta 5.

6 Na Fig. 22-26 um elétron e atravessa um pequeno orifício da placa A e se dirige para a placa B . Um campo elétrico uniforme na região entre as placas desacelera o elétron sem mudar sua trajetória. (a) Qual é a direção do campo? (b) Quatro outras partículas também atravessam pequenos orifícios da placa A ou da

placa B e se movem na região entre as placas. Três possuem cargas $+q_1$, $+q_2$ e $-q_3$. A quarta (n , na figura) é um nêutron, que é eletricamente neutro. A velocidade de cada uma das outras quatro partículas aumenta, diminui ou permanece a mesma na região entre as placas?

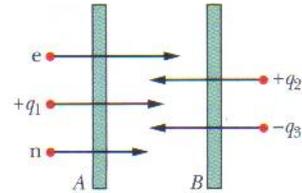


FIG. 22-26 Pergunta 6.

7 Na Fig. 22-27a uma barra de plástico circular, com uma carga elétrica uniforme $+Q$, produz um campo elétrico de módulo E no centro de curvatura da barra (situado na origem). Nas Figs. 22-27b, c e d outras barras circulares, todas com a mesma forma e a mesma carga que a primeira, são acrescentadas até que a circunferência fique completa. Um quinto arranjo (que pode ser chamado de e) é semelhante ao arranjo d , exceto pelo fato de que a barra do quarto quadrante tem carga $-Q$. Ordene os cinco arranjos de acordo com o módulo do campo elétrico no centro de curvatura, em ordem decrescente.

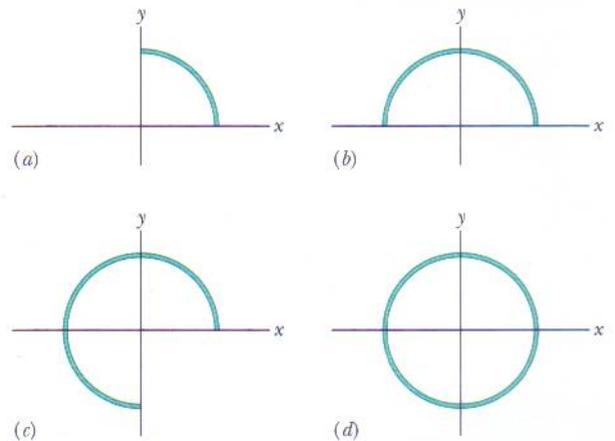


FIG. 22-27 Pergunta 7.

8 Na Fig. 22-28 dois anéis circulares iguais, não-condutores, têm os centros sobre a mesma reta perpendicular aos planos dos anéis. Em três sistemas as cargas uniformes dos anéis A e B são, respectivamente, (1) q_0 e q_0 ; (2) $-q_0$ e $-q_0$; (3) $-q_0$ e q_0 . Ordene os sistemas de acordo com o módulo do campo elétrico total (a) no ponto P_1 , a meio caminho entre os anéis; (b) no ponto P_2 , no centro do anel B ; (c) no ponto P_3 , à direita do anel B , em ordem decrescente.

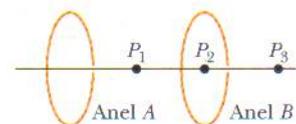


FIG. 22-28 Pergunta 8.

9 As energias potenciais associadas a quatro orientações de um dipolo elétrico em relação a um campo elétrico são (1) $-5U_0$; (2) $-7U_0$; (3) $3U_0$; (4) $5U_0$, onde U_0 é uma constante positiva. Ordene as orientações de acordo (a) com o ângulo entre o momento dipolar \vec{p} e o campo elétrico \vec{E} ; (b) com o módulo do torque exercido pelo campo sobre o dipolo, em ordem decrescente.

10 (a) No Teste 4, se o dipolo gira da orientação 1 para a orientação 2 o trabalho realizado pelo campo sobre o dipolo é positivo, negativo ou nulo? (b) Se o dipolo gira da orientação 1 para a orientação 4 o trabalho realizado pelo campo é maior, menor ou igual ao trabalho do item (a)?

11 A Fig. 22-29 mostra dois discos e um anel plano, todos com a mesma carga uniforme Q . Ordene os objetos de acordo com o

módulo elétrico criado no ponto P (situado à mesma distância vertical), em ordem decrescente.

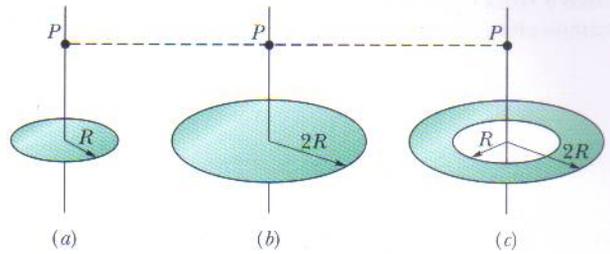


FIG. 22-29 Pergunta 11.

PROBLEMAS

••• O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física*, de Jearl Walker, Rio de Janeiro: LTC, 2008.

seção 22-3 Linhas de Campo Elétrico

•1 Na Fig. 22-30 as linhas de campo elétrico do lado esquerdo têm uma separação duas vezes maior que as linhas do lado direito. (a) Se o módulo do campo elétrico no ponto A é 40 N/C , qual é o módulo da força a que é submetido um próton no ponto A ? (b) Qual é o módulo do campo elétrico no ponto B ?

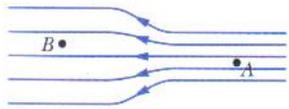


FIG. 22-30 Problema 1.

•2 Faça um esboço das linhas de campo elétrico entre duas cascas esféricas condutoras concêntricas e do lado de fora da casca de maior raio, supondo que existe uma carga positiva uniforme q_1 na casca de menor raio e uma carga negativa uniforme $-q_2$ na casca de maior raio. Considere os casos $q_1 > q_2$, $q_1 = q_2$ e $q_1 < q_2$.

seção 22-4 Campo Elétrico Produzido por uma Carga Pontual

•3 Qual é o módulo de uma carga pontual cujo campo elétrico a 50 cm de distância tem um módulo de $2,0 \text{ N/C}$?

•4 Qual é o módulo de uma carga pontual capaz de criar um campo elétrico de $1,00 \text{ N/C}$ em um ponto a $1,00 \text{ m}$ de distância?

•5 O núcleo de um átomo de plutônio 239 contém 94 prótons. Suponha que o núcleo é uma esfera com $6,64 \text{ fm}$ de raio e que a carga dos prótons está distribuída uniformemente nessa esfera. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora) do campo elétrico produzido pelos prótons na superfície do núcleo.

•6 Duas partículas são mantidas fixas sobre o eixo x : a partícula 1, de carga $-2,00 \times 10^{-7} \text{ C}$, no ponto $x = 6,00 \text{ cm}$, e a partícula 2, de carga $+2,00 \times 10^{-7} \text{ C}$, no ponto $x = 21,0 \text{ cm}$. Qual é o campo elétrico total a meio caminho entre as partículas, em termos dos vetores unitários?

••7 Duas partículas são mantidas fixas sobre o eixo x : a partícula 1, de carga $q_1 = 2,1 \times 10^{-8} \text{ C}$, no ponto $x = 20 \text{ cm}$, e a partícula 2, de carga $q_2 = -4,00q_1$, no ponto $x = 70 \text{ cm}$. Em que ponto do eixo x o campo elétrico total é nulo?

••8 Na Fig. 22-31 a partícula 1, de carga $q_1 = -5,00q$, e a partícula 2, de carga $q_2 = +2,00q$, são mantidas fixas sobre o eixo x . (a) Em que ponto do eixo, em termos da distância L , o campo elétrico total é nulo? (b) Faça um esboço das linhas de campo elétrico.

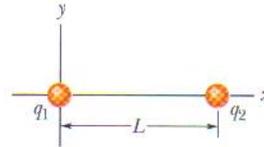


FIG. 22-31 Problema 8.

••9 Na Fig. 22-32 as quatro partículas formam um quadrado de lado $a = 5,00 \text{ cm}$ e têm cargas $q_1 = +10,0 \text{ nC}$, $q_2 = -20,0 \text{ nC}$, $q_3 = +20,0 \text{ nC}$ e $q_4 = -10,0 \text{ nC}$. Qual é o campo elétrico no centro do quadrado, em termos dos vetores unitários?

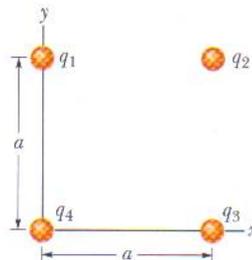


FIG. 22-32 Problema 9.

••10 Na Fig. 22-33 as quatro partículas são mantidas fixas e têm cargas $q_1 = q_2 = +5e$, $q_3 = +5e$ e $q_4 = -12e$. A distância $d = 5,0 \mu\text{m}$. Qual é o módulo do campo elétrico no ponto P ?

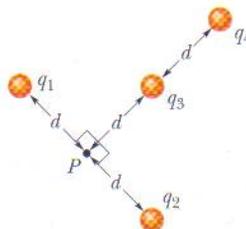


FIG. 22-33 Problema 10.

••11 A Fig. 22-34 mostra duas partículas carregadas mantidas fixas sobre o eixo x : $-q = -3,20 \times 10^{-19}$ C, no ponto $x = -3,00$ m, e $q = 3,20 \times 10^{-19}$ C, no ponto $x = +3,00$ m. Determine (a) o módulo e (b) a orientação (em relação ao semi-eixo x positivo) do campo elétrico no ponto P , para o qual $y = 4,00$ m.

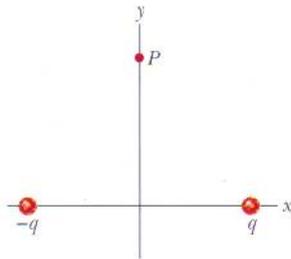


FIG. 22-34 Problema 11.

••12 A Fig. 22-35a mostra duas partículas carregadas mantidas fixas sobre o eixo x a uma distância L uma da outra. A razão q_1/q_2 entre os valores absolutos das cargas das duas partículas é 4,00. A Fig. 22-35b mostra a componente x , $E_{\text{tot},x}$ do campo elétrico no eixo x , à direita da partícula 2, em função de x . A escala do eixo x é definida por $x_s = 30,0$ cm. (a) Para que valor de $x > 0$ o valor de $E_{\text{tot},x}$ é máximo? (b) Se a carga da partícula 2 é $-q_2 = -3e$, qual é o valor desse campo máximo?

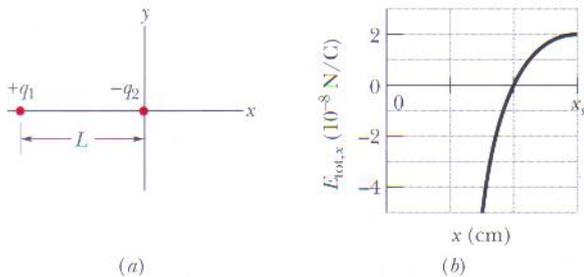


FIG. 22-35 Problema 12.

••13 Na Fig. 22-36 as três partículas são mantidas fixas no lugar e têm cargas $q_1 = q_2 = +e$ e $q_3 = +2e$. A distância $a = 6,00$ μm . Determine (a) o módulo e (b) a direção do campo elétrico no ponto P .

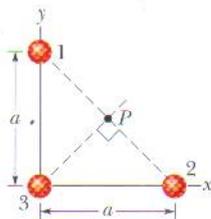


FIG. 22-36 Problema 13.

••14 A Fig. 22-37 mostra um arranjo irregular de elétrons (e) e prótons (p) sobre um arco de circunferência de raio $r = 2,00$ cm, com ângulos $\theta_1 = 30,0^\circ$, $\theta_2 = 50,0^\circ$, $\theta_3 = 30,0^\circ$ e $\theta_4 = 20,0^\circ$. Determine (a) o módulo e (b) a orientação (em relação ao semi-eixo x positivo) do campo elétrico no centro do arco.

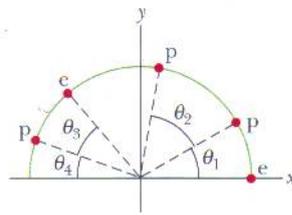


FIG. 22-37 Problema 14.

••15 A Fig. 22-38 mostra um próton (p) sobre o eixo central de um disco com uma densidade uniforme de cargas devido a um excesso de elétrons. Três desses elétrons são mostrados na figura: o elétron e_c , no centro do disco, e os elétrons e_s , em extremidades opostas do disco, a uma distância R do centro. O próton se encontra inicialmente a uma distância $z = R = 2,00$ cm do disco. Com o próton nessa posição, determine o módulo (a) do campo elétrico \vec{E}_c produzido pelo elétron e_c e (b) do campo elétrico total $\vec{E}_{s,\text{tot}}$ produzido pelos elétrons e_s . O próton é transferido para o ponto $z = R/10,0$. Determine os novos valores (c) do módulo de \vec{E}_c e (d) do módulo de $\vec{E}_{s,\text{tot}}$. (e) Os resultados dos itens (a) e (c) mostram que o módulo de \vec{E}_c aumenta quando o próton se aproxima do disco. Por que, nas mesmas condições, o módulo de $\vec{E}_{s,\text{tot}}$ diminui, como mostram os resultados dos itens (b) e (d)?

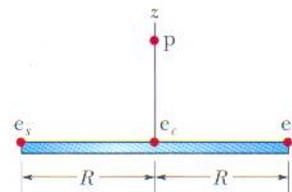


FIG. 22-38 Problema 15.

•••16 A Fig. 22-39 mostra um anel de plástico de raio $R = 50,0$ cm. Duas pequenas contas coloridas estão sobre o anel: a conta 1, de carga $+2,00$ μC , que é mantida fixa na extremidade esquerda, e a conta 2, de carga $+6,00$ μC , que pode ser deslocada ao longo do anel. As duas contas produzem, juntas, um campo elétrico de módulo E no centro do anel. Determine (a) um valor positivo e (b) um valor negativo do ângulo θ para que $E = 2,00 \times 10^5$ N/C.

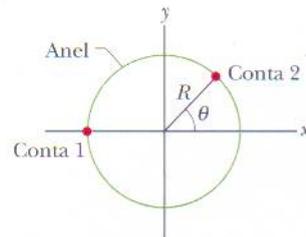


FIG. 22-39 Problema 16.

•••17 Duas contas carregadas estão sobre o anel da Fig. 22-40a, que possui um raio $R = 60,0$ cm. A conta 2, que não aparece na figura, é mantida fixa. A conta 1 está inicialmente sobre o eixo x , na posição $\theta = 0^\circ$, mas é deslocada para a extremidade oposta do anel, ou seja, para a posição $\theta = 180^\circ$, passando pelo primeiro e segundo quadrantes do sistema de coordenadas xy . A Fig. 22-40b mostra a componente x do campo elétrico produzido na origem pelas duas contas em função de θ , e a Fig. 22-40c mostra a componente y do campo. As escalas dos eixos verticais são definidas por $E_{x,s} = 5,0 \times 10^4$ N/C e $E_{y,s} = -9,0 \times 10^4$ N/C. (a) Qual é o ângulo θ da conta 2? Determine as cargas (b) da conta 1 e (c) da conta 2.

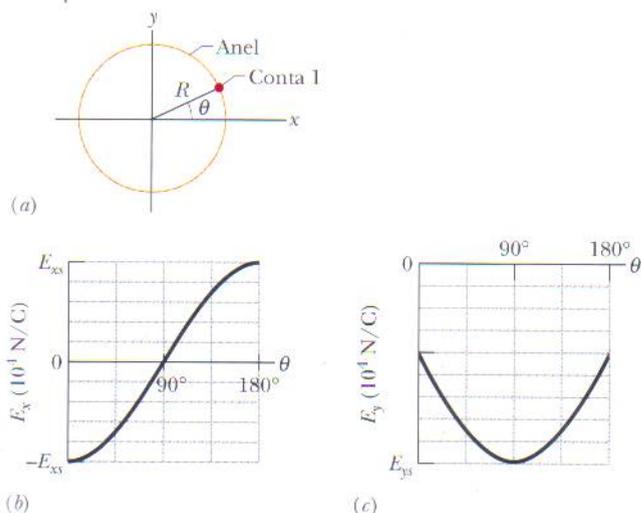


FIG. 22-40 Problema 17.

seção 22-5 Campo Elétrico Produzido por um Dipolo Elétrico

••18 As Eqs. 22-8 e 22-9 fornecem o valor aproximado do módulo do campo elétrico de um dipolo elétrico em pontos sobre o eixo do dipolo. Considere um ponto P sobre este eixo a uma distância $z = 5,00d$ do centro do dipolo, onde d é a distância entre as partículas que formam o dipolo. Seja E_{apr} o valor aproximado do módulo do campo no ponto P , dado pelas Eqs. 22-8 e 22-9, e E_{ver} o valor verdadeiro do campo. Determine a razão E_{apr}/E_{ver} .

••19 A Fig. 22-41 mostra um dipolo elétrico. Determine (a) o módulo e (b) a orientação (em relação ao semi-eixo x positivo) do campo elétrico produzido pelo dipolo em um ponto P situado a uma distância $r \gg d$.

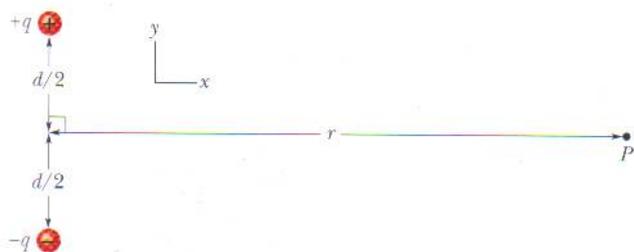


FIG. 22-41 Problema 19.

••20 O campo elétrico de um dipolo elétrico em pontos sobre o eixo do dipolo é dado aproximadamente pelas Eqs. 22-8 e 22-9. Se é feita uma expansão binomial da Eq. 22-7, qual é o termo seguinte da expressão do campo elétrico do dipolo em pontos sobre o eixo do dipolo? Em outras palavras, qual é o valor de E_1 na expressão

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qd}{z^3} + E_1?$$

•••21 **Quadrupolo elétrico.** A Fig. 22-42 mostra um quadrupolo elétrico, formado por dois dipolos de mesmo módulo e sentidos opostos. Mostre que o valor de E em um ponto P sobre o eixo do quadrupolo situado a uma distância z do centro (supondo $z \gg d$) é dado por

$$E = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 z^4},$$

onde $Q (= 2qd^2)$ é chamado de *momento quadrupolar* da distribuição de cargas.

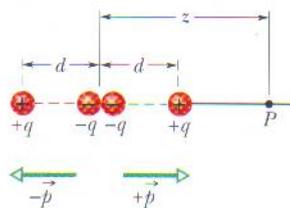


FIG. 22-42 Problema 21.

seção 22-6 Campo Elétrico Produzido por uma Linha de Cargas

•22 *Densidade, densidade, densidade.* (a) Uma carga de $-300e$ está distribuída uniformemente em um arco de circunferência de $4,00$ cm de raio, que subtende um ângulo de 40° . Qual é a densidade linear de cargas do arco? (b) Uma carga de $-300e$ está distribuída uniformemente em uma das superfícies de um disco circular de $2,00$ cm de raio. Qual é a densidade superficial de cargas da superfície? (c) Uma carga de $-300e$ está distribuída uniformemente na superfície de uma esfera de $2,00$ cm de raio. Qual é a densidade superficial de cargas da superfície? (d) Uma carga de $-300e$ está distribuída uniformemente em uma esfera de $2,00$ cm de raio. Qual é a densidade volumétrica de cargas da esfera?

•23 A Fig. 22-43 mostra dois anéis não-condutores paralelos, com os centros sobre a mesma reta perpendicular aos planos dos anéis. O anel 1, de raio R , possui uma carga uniforme q_1 ; o anel 2, também de raio R , possui uma carga uniforme q_2 . Os anéis estão separados por uma distância $d = 3,00R$. O campo elétrico no ponto P situado na reta que passa pelos centros dos anéis, a uma distância R do anel 1, é zero. Determine a razão q_1/q_2 .

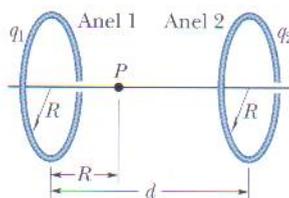


FIG. 22-43 Problema 23.

••24 Na Fig. 22-44 uma barra fina de vidro forma uma semicircunferência de raio $r = 5,00$ cm. Uma carga $+q = 4,50$ pC está distribuída uniformemente na metade superior da barra, e uma carga $-q = -4,50$ pC está distribuída uniformemente na metade inferior. Determine (a) o módulo e (b) a orientação (em relação ao semi-eixo x positivo) do campo elétrico \vec{E} no ponto P , situado no centro do semicírculo.

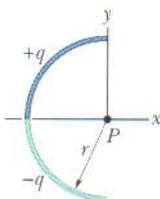


FIG. 22-44 Problema 24.

••25 Na Fig. 22-45 duas barras curvas de plástico, uma de carga $+q$ e outra de carga $-q$, formam uma circunferência de raio $R = 8,50$ cm no plano xy . O eixo x passa pelos dois pontos de ligação entre os arcos, e a carga está distribuída uniformemente nos dois arcos. Se $q = 15,0$ pC, determine (a) o módulo e (b) a orientação

(em relação ao semi-eixo x positivo) do campo elétrico \vec{E} no ponto P , situado no centro da circunferência.

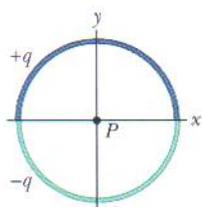


FIG. 22-45 Problema 25.

••26 Um anel de raio $R = 2,40$ cm de raio contém uma distribuição uniforme de cargas, e o módulo do campo elétrico E resultante é medido ao longo do eixo central do anel (perpendicular ao plano do anel). A que distância do centro do anel o campo E é máximo?

••27 Na Fig. 22-46, uma barra não-condutora de comprimento $L = 8,15$ cm tem uma carga $-q = -4,23$ fC uniformemente distribuída. (a) Qual é a densidade linear de cargas da barra? Determine (b) o módulo e (c) a direção (em relação ao semi-eixo x positivo) do campo elétrico produzido no ponto P , situado no eixo x , a uma distância $a = 12,0$ cm da extremidade da barra. Determine o módulo do campo elétrico produzido em um ponto situado no eixo x , a uma distância $a = 50$ m do centro da barra, (d) pela barra e (e) por uma partícula de carga $-q = -4,23$ fC colocada no lugar anteriormente ocupado pelo centro da barra.

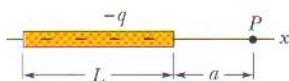


FIG. 22-46 Problema 27.

••28 A Fig. 22-47 mostra dois anéis concêntricos, de raios R e $R' = 3,00R$, que estão no mesmo plano. O ponto P está no eixo central z , a uma distância $D = 2,00R$ do centro dos anéis. O anel menor possui uma carga uniformemente distribuída $+Q$. Em termos de Q , qual deve ser a carga uniformemente distribuída no anel maior para que o campo elétrico no ponto P seja nulo?

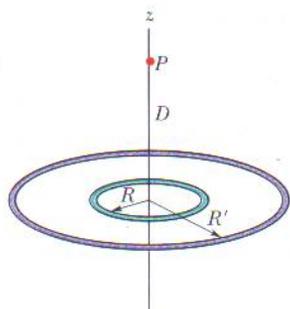


FIG. 22-47 Problema 28.

••29 A Fig. 22-48 mostra três arcos de circunferência cujo centro está na origem de um sistema de coordenadas. Em cada arco a carga uniformemente distribuída é dada em termos de $Q = 2,00$ μC . Os raios são dados em termos de $R = 10,0$ cm. Determine (a) o módulo e (b) a orientação (em relação ao semi-eixo x positivo) do campo elétrico na origem.

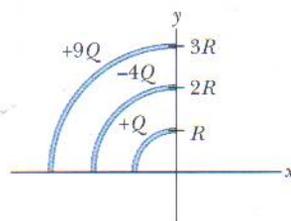


FIG. 22-48 Problema 29.

••30 Uma barra fina não-condutora, com uma distribuição uniforme de carga positiva Q , tem a forma de um círculo de raio R (Fig. 22-49). O eixo central do anel é o eixo z , com a origem no centro do anel. Determine o módulo do campo elétrico (a) no ponto $z = 0$ e (b) no ponto $z = \infty$. (c) Em termos de R , para que valor positivo de z o módulo do campo é máximo? (d) Se $R = 2,00$ cm e $Q = 4,00$ μC , qual é o valor máximo do campo?

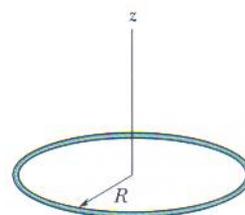


FIG. 22-49 Problema 30.

••31 A Fig. 22-50a mostra uma barra não-condutora com uma carga $+Q$ distribuída uniformemente. A barra forma um semicírculo de raio R e produz um campo elétrico de módulo E no centro de curvatura P . Se a barra é substituída por uma carga pontual situada a uma distância R do ponto P (Fig. 22-50b), qual é a razão entre o novo valor de E e o antigo valor?

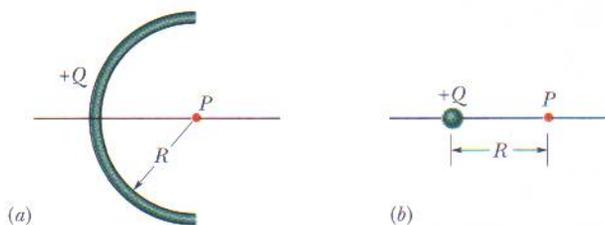


FIG. 22-50 Problema 31.

•••32 Na Fig. 22-51, uma carga positiva $q = 7,81$ pC está distribuída uniformemente em uma barra fina, não-condutora, de comprimento $L = 14,5$ cm. Determine (a) o módulo e (b) a orientação (em relação ao semi-eixo x positivo) do campo elétrico produzido no ponto P , situado sobre a mediatriz da barra, a uma distância $R = 6,00$ cm da barra.

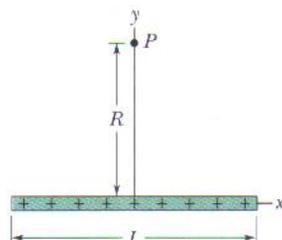


FIG. 22-51 Problema 32.

••33 Na Fig. 22-52, uma barra não-condutora “semi-infinita” (ou seja, infinita apenas em um sentido) possui uma densidade linear de cargas uniforme λ . Mostre que o campo elétrico \vec{E}_p no ponto P faz um ângulo de 45° com a barra e que esse resultado não depende da distância R . (Sugestão: Calcule separadamente as componentes de \vec{E}_p nas direções paralela e perpendicular à barra.)

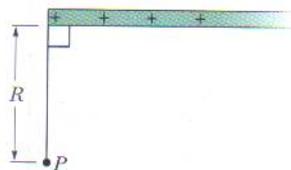


FIG. 22-52 Problema 33.

seção 22-7 Campo Elétrico Produzido por um Disco Carregado

- 34 Um disco de 2,5 cm de raio possui uma densidade superficial de cargas de $5,3 \mu\text{C}/\text{m}^2$ na superfície superior. Qual é o módulo do campo elétrico produzido pelo disco em um ponto sobre o eixo central a uma distância $z = 12$ cm do centro do disco?
- 35 A que distância ao longo do eixo de um disco de plástico uniformemente carregado de 0,600 m de raio o módulo do campo elétrico é igual à metade do módulo do campo no centro do disco?
- 36 A Fig. 22-53a mostra um disco circular uniformemente carregado. O eixo central z é perpendicular ao plano do disco, e sua origem está no plano do disco. A Fig. 22-53b mostra o módulo do campo elétrico sobre o eixo z em função do valor de z , em termos do valor máximo E_m do módulo do campo elétrico. A escala do eixo z é definida por $z_s = 8,0$ cm. Qual é o raio do disco?

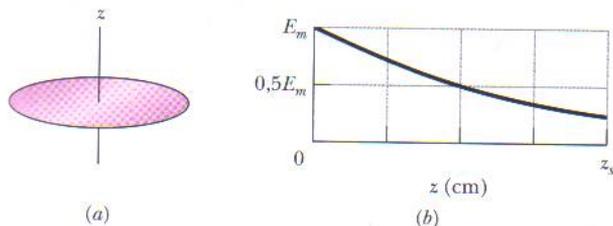


FIG. 22-53 Problema 36.

••37 Um engenheiro foi encarregado de projetar um dispositivo no qual um disco uniformemente carregado de raio R produz um campo elétrico. O módulo do campo é mais importante em um ponto P sobre o eixo do disco, a uma distância $2,00R$ do plano do disco (Fig. 22-54a). Para economizar material decidiu-se substituir o disco por um anel com o mesmo raio externo R e um raio interno $R/2,00$ (Fig. 22-54b). O anel tem a mesma densidade superficial de cargas que o disco original. Qual é a razão entre o novo campo no ponto P e o campo antigo?

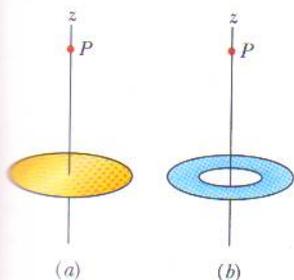


FIG. 22-54 Problema 37.

••38 Um disco circular de plástico de raio $R = 2,00$ cm tem uma carga uniformemente distribuída $Q = +(2,00 \times 10^6)e$ na superfície. Qual é a carga, em coulombs, de um anel circular de 30 μm de largura e raio médio $r = 0,50$ cm extraído do disco?

seção 22-8 Uma Carga Pontual em um Campo Elétrico

- 39 Um elétron é liberado a partir do repouso em um campo elétrico uniforme de módulo $2,00 \times 10^4$ N/C. Determine a aceleração do elétron. (Ignore os efeitos da gravitação.)
- 40 Um elétron adquire uma aceleração para leste de $1,80 \times 10^9$ m/s² na presença de um campo elétrico. Determine (a) o módulo e (b) a orientação do campo elétrico.
- 41 Um elétron está sobre o eixo de um dipolo elétrico, a 25 nm de distância do centro do dipolo. Qual é o módulo da força eletrostática a que está submetido o elétron se o momento do dipolo é $3,6 \times 10^{-29}$ C·m? Suponha que a distância entre as cargas do dipolo é muito menor que 25 nm.
- 42 Uma partícula alfa (núcleo de um átomo de hélio) tem uma massa de $6,64 \times 10^{-27}$ kg e uma carga de $+2e$. Determine (a) o módulo e (b) a direção de um campo elétrico capaz de equilibrar o peso da partícula.
- 43 Um grupo de nuvens carregadas produz um campo elétrico no ar perto da superfície da Terra. Na presença desse campo uma partícula com uma carga de $-2,0 \times 10^{-9}$ C é submetida a uma força eletrostática para baixo de $3,0 \times 10^{-6}$ N. (a) Qual é o módulo do campo elétrico? Determine (b) o módulo e (c) a orientação da força eletrostática \vec{F}_{el} exercida pelo campo sobre um próton. (d) Qual é o módulo da força gravitacional \vec{F}_g a que está sujeito o próton? (e) Qual é a razão \vec{F}_{el}/\vec{F}_g neste caso?
- 44 O ar úmido se torna um condutor (as moléculas se ionizam) quando é submetido a um campo elétrico maior que $3,0 \times 10^6$ N/C. Para esse valor de campo, determine o módulo da força eletrostática a que é submetido (a) um elétron e (b) uma molécula da qual foi removido um elétron.
- 45 Feixes de prótons de alta energia podem ser produzidos por “canhões” que usam campos elétricos para acelerar os prótons. (a) Qual é a aceleração experimentada por um próton em um campo elétrico de $2,00 \times 10^4$ N/C? (b) Na presença desse campo, qual é a velocidade adquirida pelo próton depois de percorrer uma distância de 1,00 cm?
- 46 Um elétron com uma velocidade de $5,00 \times 10^8$ cm/s entra em uma região em que existe um campo elétrico uniforme de $1,00 \times 10^3$ N/C e se move paralelamente ao campo, sendo desacelerado por este. Determine (a) a distância percorrida pelo elétron até inverter seu movimento; (b) o tempo necessário para que o elétron inverta seu movimento. (c) Se a região em que existe o campo tem 8,00 mm de largura (uma distância insuficiente para que o elétron inverta seu movimento), que fração da energia cinética inicial do elétron é perdida na região?
- 47 No experimento de Millikan, uma gota de óleo com um raio de $1,64 \mu\text{m}$ e uma massa específica de $0,851$ g/cm³ permanece imóvel na câmara C (Fig. 22-14) quando um campo vertical de $1,92 \times 10^5$ N/C é aplicado. Determine a carga da gota em termos de e .
- 48 Em um certo instante, as componentes da velocidade de um elétron que se move entre duas placas paralelas carregadas são $v_x = 1,5 \times 10^5$ m/s e $v_y = 3,0 \times 10^3$ m/s. O campo elétrico entre as placas é dado por $\vec{E} = (120 \text{ N/C})\hat{j}$. Em termos dos vetores unitários, determine (a) a aceleração do elétron; (b) a velocidade do elétron no instante em que sua coordenada x variou de 2,0 cm.

••49 Há um campo elétrico uniforme em uma região entre duas placas com cargas elétricas opostas. Um elétron é liberado a partir do repouso da superfície da placa negativamente carregada e atinge a superfície da outra placa, a 2,0 cm de distância, em $1,5 \times 10^{-8}$ s. (a) Qual é a velocidade do elétron ao atingir a segunda placa? (b) Qual é o módulo do campo elétrico \vec{E} ?

••50 Na Fig. 22-55 um elétron é lançado com uma velocidade inicial $v_0 = 2,00 \times 10^6$ m/s a um ângulo $\theta_0 = 40,0^\circ$ com o eixo x em uma região na qual existe um campo elétrico uniforme $\vec{E} = (5,00 \text{ N/C})\hat{j}$. Uma tela para detectar elétrons é instalada paralelamente ao eixo y , a uma distância $x = 3,00$ m do ponto de lançamento do elétron. Em termos dos vetores unitários, qual é a velocidade do elétron ao atingir a tela?

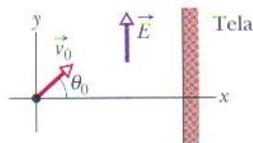


FIG. 22-55 Problema 50.

••51 Duas grandes placas de cobre, mantidas a 5,0 cm de distância uma da outra, são usadas para criar um campo elétrico uniforme, como mostra a Fig. 22-56. Um elétron é liberado da placa negativa ao mesmo tempo em que um próton é liberado da placa positiva. Desprezando a interação entre as partículas, determine a que distância da placa positiva as partículas passam uma pela outra. (Por que não é necessário conhecer o valor do campo elétrico para resolver o problema?)

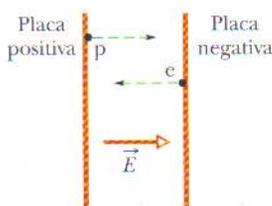


FIG. 22-56 Problema 51.

••52 Na Fig. 22-57 um elétron (e) é liberado a partir do repouso no eixo central de um disco uniformemente carregado de raio R . A densidade superficial de cargas do disco é $+4,00 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Determine o módulo da aceleração inicial do elétron se ele for liberado a uma distância (a) R , (b) $R/100$, (c) $R/1000$ do centro do disco. (d) Por que o módulo da aceleração quase não varia com a distância entre a carga e o disco?

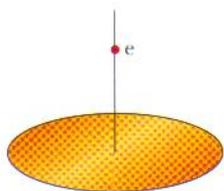


FIG. 22-57 Problema 52.

••53 Um bloco de 10,0 g com uma carga de $+8,00 \times 10^{-5}$ C é submetido a um campo elétrico $\vec{E} = (3000\hat{i} - 600\hat{j})$ N/C. Determine (a) o módulo e (b) a orientação (em relação ao semi-

eixo x positivo) da força eletrostática que age sobre o bloco. Se o bloco é liberado na origem, a partir do repouso, no instante $t = 0$, determine (c) a coordenada x e (d) a coordenada y do bloco no instante $t = 3,00$ s.

••54 Um elétron penetra em uma região em que existe um campo elétrico uniforme com uma velocidade inicial de 40 km/s e se move paralelamente ao campo elétrico, cujo módulo é $E = 50$ N/C. (a) Qual é a velocidade do elétron 1,5 ns depois de entrar na região? (b) Que distância o elétron percorre nesse intervalo de 1,5 ns?

••55 Suponha que uma abelha pode ser aproximada por uma esfera de 1,000 cm de diâmetro com uma carga de $+45,0$ pC distribuída uniformemente na superfície. Suponha também que um grão de pólen com $40,0 \mu\text{m}$ de diâmetro é mantido eletricamente na superfície da esfera porque a carga da abelha induz uma carga de $-1,00$ pC no lado mais próximo da esfera e uma carga de $+1,00$ pC no lado mais distante. (a) Qual é o módulo da força eletrostática resultante que a abelha exerce sobre o grão de pólen? Suponha que a abelha transporte o grão de pólen até uma distância de 1,000 mm da ponta do estigma de uma flor e que a ponta é uma partícula de carga -45 pC. (b) Qual é o módulo da força eletrostática resultante que o estigma exerce sobre o grão? (c) O grão permanece no corpo da abelha ou salta para o estigma?

seção 22-9 Um Dipolo em um Campo Elétrico

•56 Um dipolo elétrico formado por cargas de $+2e$ e $-2e$ separadas por uma distância de 0,78 nm é submetido a um campo elétrico de $3,4 \times 10^6$ N/C. Calcule o módulo do torque exercido pelo campo elétrico sobre o dipolo se o momento do dipolo está (a) paralelo; (b) perpendicular; (c) antiparalelo ao campo elétrico.

•57 Um dipolo elétrico formado por cargas de $+1,50$ nC e $-1,50$ nC separadas por uma distância de $6,20 \mu\text{m}$ é submetido a um campo elétrico de 1100 N/C. Determine (a) o módulo do momento dipolar elétrico e (b) a diferença entre as energias potenciais quando o dipolo está orientado paralelamente e antiparalelamente a \vec{E} .

••58 Um certo dipolo elétrico é submetido a um campo elétrico uniforme \vec{E} de módulo 40 N/C. A Fig. 22-58 mostra o módulo τ do torque exercido sobre o dipolo em função do ângulo θ entre o campo \vec{E} e o momento dipolar \vec{p} . A escala do eixo vertical é definida por $\tau_s = 100 \times 10^{-28}$ N·m. Qual é o módulo de \vec{p} ?

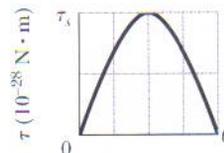


FIG. 22-58 Problema 58.

••59 Escreva uma expressão para a frequência de oscilação de um dipolo elétrico de momento dipolar \vec{p} e momento de inércia I para pequenas amplitudes de oscilação em torno da posição de equilíbrio na presença de um campo elétrico uniforme de módulo E .

••60 Um certo dipolo elétrico é submetido a um campo elétrico uniforme \vec{E} cujo módulo é 20 N/C. A Fig. 22-59 mostra a energia potencial U do dipolo em função do ângulo θ entre \vec{E} e o momento do dipolo \vec{p} . A escala do eixo vertical é definida por $U_s = 100 \times 10^{-28}$ J. Qual é o módulo de \vec{p} ?

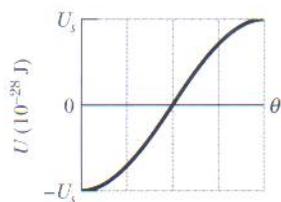


FIG. 22-59 Problema 60.

••61 Qual é o trabalho necessário para fazer girar de 180° um dipolo elétrico em um campo elétrico uniforme de módulo $E = 46,0 \text{ N/C}$ se $p = 3,02 \times 10^{-25} \text{ C} \cdot \text{m}$ e o ângulo inicial é 64° ?

Problemas Adicionais

62 Em um de seus experimentos, Millikan observou que as cargas a seguir, entre outras, eram observadas na mesma gota em diferentes ocasiões:

$6,563 \times 10^{-19} \text{ C}$	$13,13 \times 10^{-19} \text{ C}$	$19,71 \times 10^{-19} \text{ C}$
$8,204 \times 10^{-19} \text{ C}$	$16,48 \times 10^{-19} \text{ C}$	$22,89 \times 10^{-19} \text{ C}$
$11,50 \times 10^{-19} \text{ C}$	$18,08 \times 10^{-19} \text{ C}$	$26,13 \times 10^{-19} \text{ C}$

Que valor da carga elementar e pode ser calculado a partir desses dados?

63 Na Fig. 22-60a uma partícula de carga $+Q$ produz um campo elétrico de módulo E_{part} no ponto P , a uma distância R da partícula. Na Fig. 22-60b a mesma carga está distribuída uniformemente em um arco de circunferência de raio R , que subtende um ângulo θ . A carga do arco produz um campo elétrico de módulo E_{arco} no centro de curvatura P . Para que valor de θ temos $E_{\text{arco}} = 0,500E_{\text{part}}$? (Sugestão: Use uma solução gráfica.)

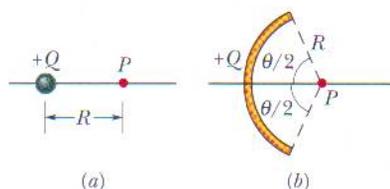


FIG. 22-60 Problema 63.

64 Na Fig. 22-61 oito partículas formam um quadrado onde $d = 2,0 \text{ cm}$. As cargas são $q_1 = +3e, q_2 = +e, q_3 = -5e, q_4 = -2e, q_5 = +3e, q_6 = +e, q_7 = -5e$ e $q_8 = +e$. Em termos dos vetores unitários, qual é o campo elétrico produzido pelas partículas no centro do quadrado?

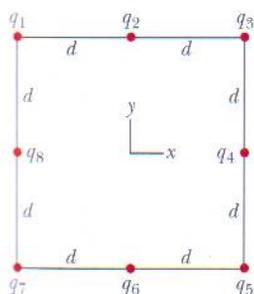


FIG. 22-61 Problema 64.

65 Duas partículas, ambas com uma carga de valor absoluto 12 nC , ocupam dois vértices de um triângulo equilátero com $2,0 \text{ m}$ de lado. Determine o módulo do campo elétrico no terceiro vértice

(a) se as duas cargas forem positivas e (b) se uma das cargas for positiva e a outra for negativa.

66 Três partículas com a mesma carga positiva Q formam um triângulo equilátero de lado d . Qual é o módulo do campo elétrico produzido pelas partículas no ponto médio de um dos lados?

67 Uma partícula de carga $-q_1$ é mantida fixa na origem do eixo x . (a) Em que ponto do eixo x deve ser colocada uma partícula de carga $-4q_1$ para que o campo elétrico seja zero no ponto $x = 2,0 \text{ mm}$? (b) Se uma partícula de carga $+4q_1$ é colocada no ponto determinado no item (a), qual é a orientação (em relação ao semi-eixo x positivo) do campo elétrico no ponto $x = 2,00 \text{ mm}$?

68 Um próton e um elétron ocupam dois vértices de um triângulo equilátero de lado $2,0 \times 10^{-6} \text{ m}$. Qual é o módulo do campo elétrico no terceiro vértice do triângulo?

69 Na Fig. 22-62 a partícula 1 (de carga $+1,00 \mu\text{C}$), a partícula 2 (de carga $+1,00 \mu\text{C}$) e a partícula 3 (de carga Q) formam um triângulo equilátero de lado a . Para que valor de Q (sinal e valor) o campo elétrico no centro do triângulo é nulo?

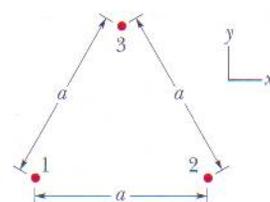


FIG. 22-62 Problemas 69 e 82.

70 (a) Qual deve ser a carga total q (em excesso) do disco da Fig. 22-13 para que o campo elétrico no centro da superfície do disco seja $3,0 \times 10^6 \text{ N/C}$, o valor de E para o qual o ar se torna um condutor e emite centelhas? Tome o raio do disco como sendo $2,5 \text{ cm}$ e use os dados para o ar da Tabela 22-1. (b) Suponha que os átomos da superfície têm uma seção reta efetiva de $0,015 \text{ nm}^2$. Quantos átomos são necessários para preencher superfície do disco? (c) A carga calculada em (a) é a soma das cargas dos átomos da superfície que possuem um elétron em excesso. Qual deve ser a fração desses elétrons?

71 Uma gota d'água esférica com $1,20 \mu\text{m}$ de diâmetro está suspensa no ar devido a um campo elétrico atmosférico vertical cujo módulo é $E = 462 \text{ N/C}$. (a) Qual é o peso da gota? (b) Quantos elétrons em excesso possui a gota?

72 Na Fig. 22-63 um dipolo elétrico gira de uma orientação inicial i ($\theta_i = 20,0^\circ$) para uma orientação final f ($\theta_f = 20,0^\circ$) na presença de um campo elétrico externo uniforme \vec{E} . O momento do dipolo é $1,60 \times 10^{-27} \text{ C} \cdot \text{m}$; o módulo do campo é $3,00 \times 10^6 \text{ N/C}$. Qual é a variação da energia potencial do dipolo?

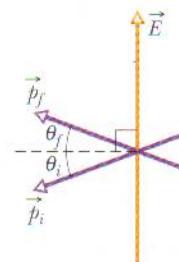


FIG. 22-63 Problema 72.

73 Uma carga de 20 nC está uniformemente distribuída ao longo de uma barra retilínea de 4,0 m de comprimento que é encurvada para formar um arco de circunferência com 2,0 m de raio. Qual é o módulo do campo elétrico no centro de curvatura do arco?

74 (a) Qual é o módulo da aceleração de um elétron submetido a um campo elétrico uniforme de $1,40 \times 10^6$ N/C? (b) Quanto tempo o elétron leva, partindo do repouso, para atingir um décimo da velocidade da luz? (c) Que distância o elétron percorre nesse período de tempo?

75 O mostrador de um relógio possui cargas negativas pontuais $-q, -2q, -3q, \dots, -12q$ mantidas fixas nas posições dos números correspondentes. Os ponteiros do relógio não afetam o campo produzido pelas cargas pontuais. A que horas o ponteiro das horas aponta na mesma direção que o vetor campo elétrico no centro do mostrador? (Sugestão: Leve em conta a simetria das cargas.)

76 O movimento de um elétron se limita ao eixo central de um anel de raio R da Fig. 22-10, com $z \ll R$. Mostre que a força eletrostática a que o elétron é submetido faz com que a partícula oscile em torno do centro do anel com uma frequência angular dada por

$$\omega = \sqrt{\frac{eq}{4\pi\epsilon_0 m R^3}}$$

onde q é a carga do anel e m é a massa do elétron.

77 Existe na atmosfera um campo elétrico \vec{E} , dirigido verticalmente para baixo, cujo módulo é da ordem de 150 N/C. Estamos interessados em fazer “flutuar” nesse campo uma esfera de enxofre com 4,4 N de peso carregando-a eletricamente. (a) Qual deve ser a carga da esfera (sinal e valor absoluto)? (b) Por que esse experimento não pode ser realizado na prática?

78 Calcule o momento dipolar elétrico de um elétron e um próton separados por uma distância de 4,30 nm.

79 O campo elétrico no plano xy produzido por uma partícula positivamente carregada é $7,2(4,0\hat{i} + 3,0\hat{j})$ N/C no ponto (3,0; 3,0) cm e $100\hat{i}$ N/C no ponto (2,0; 0) cm. Determine (a) a coordenada x e (b) a coordenada y da partícula. (c) Determine a carga da partícula.

80 Uma barra circular tem um raio de curvatura $R = 9,00$ cm, uma carga uniformemente distribuída $Q = 6,25$ pC e subtende um ângulo $\theta = 2,40$ rad. Qual é o módulo do campo elétrico no centro de curvatura?

81 Um dipolo elétrico de momento dipolar

$$\vec{p} = (3,00\hat{i} + 4,00\hat{j})(1,24 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m})$$

é submetido a um campo elétrico $\vec{E} = (4000 \text{ N/C})\hat{i}$. (a) Qual é a energia potencial do dipolo elétrico? (b) Qual é o torque que age sobre o dipolo? (c) Se um agente externo faz girar o dipolo até que o momento dipolar seja

$$\vec{p} = (-4,00\hat{i} + 3,00\hat{j})(1,24 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}),$$

qual é o trabalho realizado pelo agente externo?

82 Na Fig. 22-62 a partícula 1 (de carga +2,00 pC), a partícula 2 (de carga -2,00 pC) e a partícula 3 (de carga +5,00 pC) formam um triângulo equilátero de lado $a = 9,50$ cm. (a) Determine a orientação (em relação ao semi-eixo x positivo) da força \vec{F}_3 a que a partícula 3 é submetida pelas outras partículas fazendo um

esboço das linhas de força associadas às outras partículas. (b) Calcule o módulo da força \vec{F}_3 .

83 Uma corda com uma densidade linear uniforme de cargas de 9,0 nC/m é estendida ao longo do eixo x de $x = 0$ até $x = 3,0$ m. Determine o módulo do campo elétrico no ponto $x = 4,0$ m do eixo x .

84 Duas partículas com a mesma carga positiva q são mantidas fixas sobre o eixo y , uma em $y = d$ e a outra em $y = -d$. (a) Escreva uma expressão para o módulo E do campo elétrico em pontos sobre o eixo x dados por $x = \alpha d$. (b) Plote E em função de α no intervalo $0 < \alpha < 4$. A partir do gráfico, determine os valores de α para os quais (c) o valor de E é máximo e (d) o valor de E é metade do valor máximo.

85 Na Fig. 22-64, a partícula 1, de carga $q_1 = 1,00$ pC, e a partícula 2, de carga $q_2 = -2,00$ pC, são mantidas fixas, separadas por uma distância $d = 5,00$ cm. Determine, em termos dos vetores unitários, o campo elétrico (a) no ponto A; (b) no ponto B; (c) no ponto C. (d) Faça um esboço das linhas de campo elétrico.

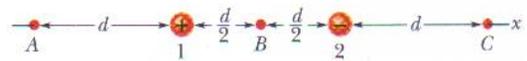


FIG. 22-64 Problema 85.

86 Na Fig. 22-65 um campo elétrico uniforme vertical \vec{E} de módulo $2,00 \times 10^3$ N/C foi estabelecido entre duas placas horizontais carregando positivamente a placa de baixo e negativamente a placa de cima. As placas têm um comprimento $L = 10,0$ cm e estão separadas por uma distância $d = 2,00$ cm. Um elétron é lançado no espaço entre as placas a partir da extremidade esquerda da placa de baixo. A velocidade inicial \vec{v}_0 faz um ângulo $\theta = 45,0^\circ$ com a placa de baixo e tem um módulo de $6,00 \times 10^6$ m/s. (a) O elétron irá se chocar com uma das placas? (b) Se a resposta for afirmativa, com qual das placas o elétron irá se chocar e a que distância horizontal da extremidade esquerda das placas?

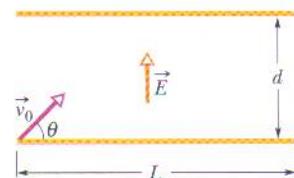


FIG. 22-65 Problema 86.

87 Para os dados do Problema 62, suponha que a carga q da gota é dada por $q = ne$, onde n é um número inteiro e e é a carga elementar. (a) Determine o valor de n para cada valor experimental de q . (b) Faça uma regressão linear dos valores de q em função de n e use o resultado para determinar o valor de e .

88 Suponha que na Fig. 22-8 as duas cargas são positivas. Mostre que para $z \gg d$ o campo E no ponto P da figura é dado por

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{z^2}$$