25 Capacitância

Tienda Brothers/Gamma-Presse, Inc.

Explosões de nuvens de pó em depósitos de grãos (como o da foto acima), minas de carvão, moinhos de trigo e indústrias que lidam com pós são relativamente comuns e, muitas vezes, resultam na perda de vidas e em grandes danos materiais. Em geral, as explosões se devem a centelhas entre objetos eletricamente carregados ou entre um objeto eletricamente carregado e um objeto ligado à terra. Os engenheiros não podem eliminar a possibilidade de que haja uma centelha, mas podem tomar medidas para reduzir a probabilidade de que uma centelha produza uma explosão.

O que determina se uma centelha pode causar uma explosão de uma nuvem de pó?

A resposta está neste capítulo.

25-1 O QUE É FÍSICA?

Um dos objetivos da física é fornecer os princípios básicos para os dispositivos práticos projetados pelos engenheiros. O tema deste capítulo é um exemplo extremamente comum: o capacitor, um dispositivo usado para armazenar energia elétrica. As pilhas de uma máquina fotográfica, por exemplo, armazenam energia na unidade de flash carregando um capacitor. Como as pilhas só podem fornecer energia aos poucos, não seria possível produzir uma luz muito forte usando diretamente a energia das pilhas. Um capacitor carregado, porém, pode fornecer a energia com uma rapidez muito maior quando a unidade de flash é disparada, o suficiente para produzir um clarão.

A física dos capacitores pode ser aplicada a outros dispositivos e outras situações que envolvem campos elétricos. O campo elétrico existente na atmosfera da Terra, por exemplo, é modelado pelos meteorologistas como se fosse produzido por um gigantesco capacitor esférico que se descarrega parcialmente através de relâmpagos. A carga que os esquis acumulam quando deslizam na nave pode ser modelada como se fosse acumulada um capacitor que se descarrega freqüentemente através de centelhas (que podem ser vistas quando se esquia à noite na neve seca).

O primeiro passo em nossa discussão dos capacitores será determinar a quantidade de carga que um capacitor é capaz de armazenar. Esta quantidade é descrita por uma grandeza conhecida como capacitância.

FIG. 25-1 Vários tipos de capacitores.

25-2 | Capacitância

A Fig. 25-1 mostra alguns dos muitos tipos e tamanhos de capacitores. A Fig. 25-2 mostra os elementos básicos de *qualquer* capacitor: dois condutores isolados entre si. Seja qual for a forma desses condutores, eles recebem o nome de *placas*.

A Fig. 25-3*a* mostra um arranjo particular, conhecido como *capacitor de placas paralelas*, formado por duas placas paralelas condutoras de área A separadas por uma distância d. O símbolo utilizado para representar um capacitor (⊣⊢) se baseia na estrutura do capacitor de placas paralelas, mas é usado para representar capacitores de qualquer geometria. Vamos supor por enquanto que não existe um material não-condutor, como vidro ou plástico, na região entre as placas. Na Seção 25-6 essa restrição será suprimida.

Quando um capacitor está *carregado* as placas contêm cargas de mesmo valor absoluto e sinais opostos, $+q$ e $-q$. Entretanto, quando nos referimos à *carga de um capacitor* estamos falando de q, o valor absoluto da carga de uma das placas. (Observe que q não é a carga total do capacitor, que é sempre zero.)

Como as placas são feitas de material condutor, são superfícies equipotenciais: todos os pontos da placa de um capacitor possuem o mesmo potencial elétrico. Além disso, existe uma diferença de potencial entre as duas placas. Por razões históricas essa diferença de potencial é representada pelo símbolo V e não por ΔV, como nos exemplos anteriores.

A carga q e a diferença de potencial V de um capacitor são proporcionais, ou seja,

$$q = CV. \tag{25-1}$$

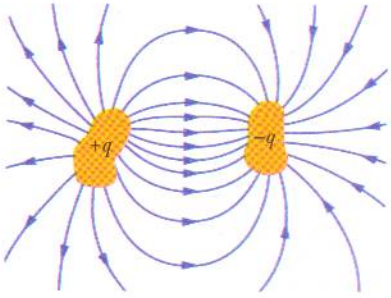


FIG. 25-2 Dois condutores, isolados entre si e do ambiente, formam um *capacitor*. Quando um capacitor está carregado as cargas dos condutores, ou *placas*, como são chamados, têm o mesmo valor absoluto q e sinais opostos. *(Paul Silvermann/ Fundamental Photographs)*

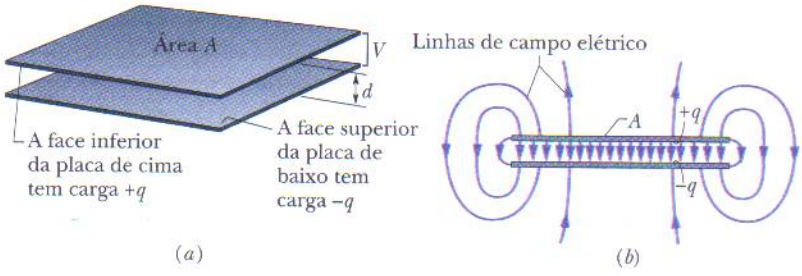


FIG. 25-3 (*a*) Um capacitor de placas paralelas, feito de duas placas de área A separadas por uma distância d. As cargas das superfícies internas das placas têm o mesmo valor absoluto q e sinais opostos. (*b*) Como mostram as linhas de campo, o campo elétrico produzido pelas placas carregadas é uniforme na região central entre as placas. Nas bordas das placas o campo não é uniforme.

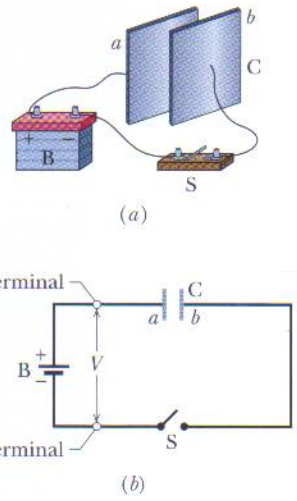


FIG. 25-4 (*a*) Circuito formado por uma bateria B, uma chave S e as placas *a* e *b* de um capacitor C. (*b*) Diagrama esquemático no qual os *elementos do circuito* são representados por símbolos.

A constante de proporcionalidade C é chamada de **capacitância** do capacitor; seu valor depende da geometria das placas, mas *não depende* da carga nem da diferença de potencial. A capacitância é uma medida da quantidade de carga que precisa ser acumulada nas placas para produzir uma certa diferença de potencial entre elas. *Quanto maior a capacitância, maior a carga necessária.*

De acordo com a Eq. 25-1, a unidade de capacitância no SI é o coulomb por volt. Esta unidade ocorre com tanta freqüência que recebeu um nome especial, o *farad* (F):

$$1 \text{ farad} = 1 \text{ F} = 1 \text{ coulomb por volt} = 1 \text{ C/V}. \qquad (25\text{-}2)$$

Como vamos ver, o farad é uma unidade muito grande. Submúltiplos do farad, como o microfarad ($1\ \mu\text{F} = 10^{-6}$ F) e o picofarad (1 pF $= 10^{-12}$ F) são unidades muito mais convenientes na prática.

Carga de um Capacitor

Uma forma de carregar um capacitor é colocá-lo em um circuito elétrico com uma bateria. *Circuito elétrico* é um caminho fechado que pode ser percorrido por uma corrente elétrica. *Bateria* é um dispositivo que mantém uma certa diferença de potencial entre dois *terminais* (pontos nos quais cargas elétricas podem entrar ou sair da bateria) através de reações eletroquímicas nas quais forças elétricas movimentam cargas no interior do dispositivo.

Na Fig. 25-4*a* um circuito é formado por uma bateria B, uma chave S, um capacitor descarregado C e fios de ligação. O mesmo circuito é mostrado no diagrama esquemático da Fig. 25-4*b*, no qual os símbolos de uma bateria, uma chave e um capacitor representam esses dispositivos. A bateria mantém uma diferença de potencial V entre os terminais. O terminal de maior potencial é indicado pelo símbolo + e chamado de terminal *positivo*; o terminal de menor potencial é indicado pelo símbolo − e chamado de terminal *negativo*.

Dizemos que o circuito das Figs. 25-4*a* e 25-4*b* está *interrompido* porque a chave S está *aberta* e, portanto, não existe uma ligação elétrica entre os terminais. Quando a chave é *fechada* passa a existir uma ligação elétrica entre os terminais, o circuito fica completo e cargas começam a circular pelos componentes do circuito. Como vimos no Capítulo 21, as cargas que se movem em um material condutor, como o cobre, são elétrons. Quando o circuito da Fig. 25-4 é completado elétrons são colocados em movimento nos fios pelo campo elétrico criado pela bateria. Esse campo faz os elétrons se deslocarem da placa *a* do capacitor para o terminal positivo da bateria; a perda de elétrons faz com que a placa *a* fique positivamente carregada. O campo desloca o mesmo número de elétrons do terminal negativo da bateria para a placa *b* do capacitor; o ganho de elétrons faz com que a placa *b* fique negativamente carregada. As cargas da placa *a* e da placa *b* têm o mesmo *valor absoluto*.

No instante em que a chave é fechada, as duas placas estão descarregadas e a diferença de potencial entre elas é zero. Enquanto as placas estão sendo carregadas, a diferença de potencial aumenta até se tornar igual à diferença de potencial V entre os terminais da bateria. Quando o novo equilíbrio é atingido, a placa *a* e o terminal positivo da bateria têm o mesmo potencial, e não existe um campo elétrico no fio que liga esses dois pontos do circuito. O terminal negativo e a placa *b* também têm o mesmo potencial, e não existe um campo elétrico nos fios que ligam o terminal negativo à chave S e a chave S à placa *b*. Como o campo elétrico nos fios do circuito é zero, os elétrons param de se deslocar e dizemos que o capacitor está *totalmente carregado*, com uma diferença de potencial V e uma carga q relacionadas pela Eq. 25-1.

Neste livro vamos supor que durante a carga de um capacitor e depois que o capacitor está totalmente carregado as cargas não podem passar de uma placa para a outra através do espaço que as separa. Vamos também supor que um capacitor é capaz de conservar a carga indefinidamente, a menos que seja *descarregado* através de um circuito externo. Na prática, estas duas hipóteses constituem uma boa aproximação na maioria dos casos.

TESTE 1 A capacitância C de um capacitor aumenta, diminui ou permanece a mesma (a) quando a carga q é multiplicada por dois e (b) quando a diferença de potencial V é multiplicada por três?

TÁTICAS PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Tática 1: *O Símbolo V e a Diferença de Potencial* Nos capítulos anteriores o símbolo V foi usado para representar o potencial elétrico em um ponto ou em uma superfície equipotencial. Entretanto, nos problemas que envolvem circuitos elétricos o símbolo V é muitas vezes usado para representar a *diferença de potencial* entre dois pontos ou entre duas superfícies equipotenciais. A Eq. 25-1 é um exemplo desse outro uso do símbolo V. Na Seção 25-3 os dois significados de V serão usados no mesmo problema. Neste capítulo e em capítulos posteriores o leitor deve estar atento para interpretar corretamente o significado do símbolo.

O leitor também encontrará, neste e em outros livros, formas diferentes de se referir a diferenças de potencial. Uma diferença de potencial ou tensão pode ser *aplicada* a um componente ou *existir* entre os terminais do componente. Um capacitor pode ser carregado com uma diferença de potencial, como na expressão "o capacitor foi carregado com 12 V". Uma bateria pode ser caracterizada pela diferença de potencial entre os terminais, como na expressão "uma bateria de 12 V". O leitor deve ter sempre em mente o verdadeiro significado dessas expressões: elas indicam que existe uma diferença de potencial entre dois pontos de um circuito ou entre os terminais de um dispositivo como um capacitor ou uma bateria.

25-3 | Cálculo da Capacitância

Vamos agora discutir o cálculo da capacitância de um capacitor a partir da sua forma geométrica. Como serão analisadas diferentes formas geométricas, é conveniente definir um método único para facilitar o trabalho. O método, em linhas gerais, é o seguinte: (1) Supomos que as placas do capacitor estão carregadas com uma carga q; (2) calculamos o campo elétrico $\vec{E}$ entre as placas em função da carga, usando a lei de Gauss; (3) a partir de $\vec{E}$, calculamos a diferença de potencial V entre as placas, usando a Eq. 24-18; (4) calculamos C usando a Eq. 25-1.

Antes de começar, podemos simplificar o cálculo do campo elétrico e da diferença de potencial fazendo certas hipóteses, que são discutidas a seguir.

Cálculo do Campo Elétrico

Para relacionar o campo elétrico $\vec{E}$ entre as placas de um capacitor à carga q de uma das placas, usamos a lei de Gauss:

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q, \tag{25-3}$$

onde q é a carga envolvida por uma superfície gaussiana e $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$ é o fluxo elétrico que atravessa a superfície. Em todos os casos que vamos examinar a superfície gaussiana é escolhida de tal forma que sempre que existe um fluxo, $\vec{E}$ tem um módulo constante E e os vetores $\vec{E}$ e $d\vec{A}$ são paralelos. Nesse caso, a Eq. 25-3 se reduz a

$$q = \varepsilon_0 EA \qquad \text{(caso especial da Eq. 25-3)}, \tag{25-4}$$

onde A é a área da parte da superfície gaussiana através da qual existe um fluxo. Por conveniência, vamos sempre desenhar a superfície gaussiana de forma a envolver totalmente a carga da placa positiva; um exemplo aparece na Fig. 25-5.

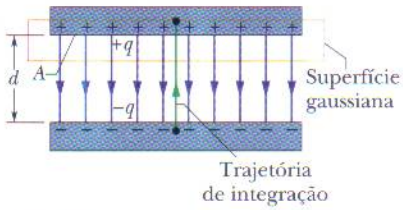


FIG. 25-5 Capacitor de placas paralelas carregado. Uma superfície gaussiana envolve a carga da placa positiva. A integração da Eq. 25-6 é executada ao longo de uma trajetória que vai diretamente da placa negativa para a placa positiva.

Cálculo da Diferença de Potencial

Na notação do Capítulo 24 (Eq. 24-18), a diferença de potencial entre as placas de um capacitor está relacionada ao campo $\vec{E}$ através da equação

$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}, \tag{25-5}$$

onde a integral deve ser calculada ao longo de uma trajetória que começa em uma das placas e termina na outra. Vamos sempre escolher uma trajetória que coincida com uma linha de campo elétrico, da placa negativa até a placa positiva. Para essa trajetória os vetores $\vec{E}$ e $d\vec{s}$ têm sentidos opostos e, portanto, o produto $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ é igual a $-E\,ds$. Assim, o lado direito da Eq. 25-5 é positivo. Chamando de V a diferença $V_f - V_i$, a Eq. 25-5 se torna

$$V = \int_{-}^{+} E\,ds \qquad \text{(caso especial da Eq. 25-5)}, \tag{25-6}$$

onde os sinais − e + indicam que a trajetória de integração começa na placa negativa e termina na placa positiva.

Vamos agora aplicar as Eqs. (25-4) e (25-6) a alguns casos particulares.

Capacitor de Placas Paralelas

Vamos supor, como sugere a Fig. 25-5, que as placas do nosso capacitor de placas paralelas são tão extensas e tão próximas que podemos desprezar o efeito das bordas e supor que $\vec{E}$ é constante em toda a região entre as placas.

Escolhemos uma superfície gaussiana que envolve apenas a carga q da placa positiva, como na Fig. 25-5. Nesse caso, de acordo com a Eq. 25-4, podemos escrever:

$$q = \varepsilon_0 EA, \tag{25-7}$$

onde A é a área da placa.

De acordo com a Eq. 25-6, temos:

$$V = \int_{-}^{+} E\,ds = E\int_{0}^{d} ds = Ed. \tag{25-8}$$

Na Eq. 25-8, E pode ser colocado do lado de fora do sinal de integral porque é constante; a segunda integral é simplesmente a distância entre as placas, d.

Substituindo o valor de q dado pela Eq. 25-7 e o valor de V dado pela Eq. 25-8 na relação $q = CV$ (Eq. 25-1), temos:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \qquad \text{(capacitor de placas paralelas)}. \tag{25-9}$$

Assim, a capacitância realmente depende apenas de fatores geométricos, no caso a área das placas A e a distância entre as placas d. Observe que C é diretamente proporcional a A e inversamente proporcional a d.

A esta altura, convém observar que a Eq. 25-9 sugere uma das razões pelas quais escrevemos a constante eletrostática da lei de Coulomb na forma $1/4\pi\varepsilon_0$. Se não agíssemos dessa forma a Eq. 25-9, que é muito mais usada na engenharia que a lei de Coulomb, teria uma forma bem mais complicada. Observamos também que a Eq. 25-9 possibilita expressar a permissividade do vácuo ε_0 em uma unidade mais apropriada para problemas que envolvem capacitores:

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{F/m} = 8{,}85\ \text{pF/m}. \tag{25-10}$$

Essa constante tinha sido anteriormente expressa na forma

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2. \tag{25-11}$$

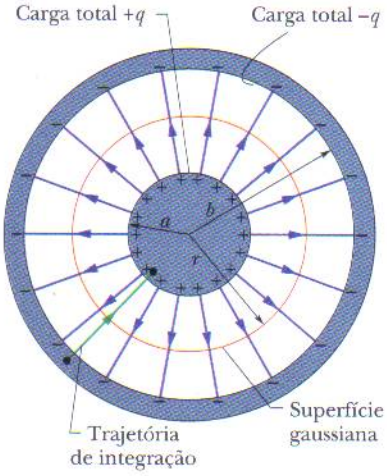


FIG. 25-6 Vista de perfil de um capacitor cilíndrico longo, mostrando uma superfície gaussiana cilíndrica de raio r (que envolve a placa positiva) e a trajetória de integração radial ao longo da qual a Eq. 25-6 pode ser aplicada. Esta figura também pode representar uma vista de perfil de um capacitor esférico, passando pelo centro.

Capacitor Cilíndrico

A Fig. 25-6 mostra uma vista de perfil de um capacitor cilíndrico de comprimento L formado por dois cilindros coaxiais de raios a e b. Estamos supondo que $L \gg b$, de modo que os efeitos das bordas sobre o campo elétrico podem ser desprezados. As duas placas contêm cargas de valor absoluto q.

Como superfície gaussiana, escolhemos um cilindro de comprimento L e raio r que pode ser visto de perfil na Fig. 25-6. De acordo com a Eq. 25-4, temos:

$$q = \varepsilon_0 EA = \varepsilon_0 E(2\pi rL),$$

onde $2\pi rL$ é a área da superfície lateral do cilindro gaussiano. O fluxo através das bases do cilindro é zero. Explicitando E, temos:

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 Lr}. \tag{25-12}$$

Substituindo esse resultado na Eq. 25-6, obtemos

$$V = \int_-^+ E\,ds = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\int_b^a \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\left(\frac{b}{a}\right), \tag{25-13}$$

onde usamos o fato de que $ds = -dr$ (integramos na direção radial, de fora para dentro). Usando a relação $C = q/V$, temos:

$$C = 2\pi\varepsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)} \quad \text{(capacitor cilíndrico).} \tag{25-14}$$

Vemos, portanto, que a capacitância de um capacitor cilíndrico, como a de um capacitor de placas paralelas, depende apenas de fatores geométricos, no caso o comprimento L e os raios a e b.

Capacitor Esférico

A Fig. 25-6 também pode ser interpretada como uma vista de perfil de um capacitor formado por duas cascas esféricas concêntricas de raios a e b. Como superfície gaussiana escolhemos uma esfera de raio r concêntrica com as placas do capacitor. Nesse caso temos, de acordo com a Eq. 25-4:

$$q = \varepsilon_0 EA = \varepsilon_0 E(4\pi r^2),$$

onde $4\pi r^2$ é a área da superfície esférica gaussiana. Explicitando E, obtemos:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}, \tag{25-15}$$

que é a expressão do campo elétrico produzido por uma distribuição esférica uniforme de cargas (Eq. 23-15).

Substituindo essa expressão na Eq. 25-6, temos:

$$V = \int_-^+ E\,ds = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_b^a \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{b-a}{ab}, \tag{25-16}$$

onde, mais uma vez, temos $ds = -dr$. Substituindo a Eq. 25-16 na Eq. 25-1 e explicitando C, obtemos

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a} \quad \text{(capacitor esférico).} \tag{25-17}$$

Esfera Isolada

Podemos atribuir uma capacitância a uma *única* esfera de raio R feita de material condutor supondo que a "placa que falta" é uma casca esférica condutora de raio infinito. As linhas de campo que deixam a superfície de um condutor positivamente carregado devem terminar em algum lugar; as paredes da sala em que se encontra o condutor podem ser consideradas uma boa aproximação de uma esfera de raio infinito.

Para determinar a capacitância da esfera, escrevemos a Eq. 25-17 na forma

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{a}{1 - a/b}.$$

Fazendo $a = R$ e $b \to \infty$, obtemos:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R \quad \text{(esfera isolada)}. \tag{25-18}$$

Observe que essa fórmula, como as usadas para calcular a capacitância para outras formas geométricas (Eqs. 25-9, 25-14 e 25-17), envolve a constante ε_0 multiplicada por uma grandeza com dimensão de comprimento.

TESTE 2 No caso de capacitores carregados pela mesma bateria, a carga armazenada pelo capacitor aumenta, diminui ou permanece a mesma nas situações a seguir? (a) A distância entre as placas de um capacitor de placas paralelas aumenta. (b) O raio do cilindro interno de um capacitor cilíndrico aumenta. (c) O raio da casca externa de um capacitor esférico aumenta.

Exemplo 25-1

Na Fig. 25-7*a* a chave S é fechada para ligar o capacitor descarregado de capacitância $C = 0{,}25\ \mu\text{F}$ à bateria de diferença de potencial $V = 12$ V. A placa inferior do capacitor tem uma espessura $L = 0{,}50$ cm, uma área $A = 2{,}0 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$ e é feita de cobre, material no qual a densidade de elétrons de condução é $n = 8{,}49 \times 10^{28}$ elétrons/m^3. De que profundidade d no interior da placa (Fig. 25-7*b*) os elétrons se movem para a superfície da placa quando o capacitor está totalmente carregado?

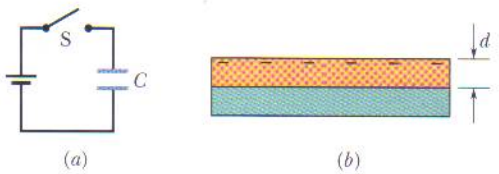


FIG. 25-7 (*a*) Circuito com uma bateria e um capacitor. (*b*) Placa inferior do capacitor.

IDÉIA-CHAVE A carga que se acumula na placa inferior está relacionada à capacitância e à diferença de potencial entre os terminais do capacitor através da Eq. 25-1 ($q = CV$).

Cálculos: Como a placa inferior está ligada ao terminal negativo da bateria, os elétrons de condução se movem para a superfície da placa. De acordo com a Eq. 25-1, a carga total que se acumula na superfície é

$$q = CV = (0{,}25 \times 10^{-6}\ \text{F})(12\ \text{V}) = 3{,}0 \times 10^{-6}\ \text{C}.$$

Dividindo esse resultado por e, obtemos o número N de elétrons de condução que se acumulam na superfície:

$$N = \frac{q}{e} = \frac{3{,}0 \times 10^{-6}\ \text{C}}{1{,}602 \times 10^{-19}\ \text{C}} = 1{,}873 \times 10^{13}\ \text{elétrons}.$$

Esses elétrons vêm de um volume que é o produto da área da placa A pela profundidade d que queremos determinar. Para esse volume a densidade de elétrons de condução (elétrons por unidade de volume) pode ser escrita na forma

$$n = \frac{N}{Ad},$$

e portanto

$$d = \frac{N}{An} = \frac{1{,}873 \times 10^{13}\ \text{elétrons}}{(2{,}0 \times 10^{-4}\ \text{m}^2)\,(8{,}49 \times 10^{28}\ \text{elétrons/m}^3)} = 1{,}1 \times 10^{-12}\ \text{m} = 1{,}1\ \text{pm}. \quad \text{(Resposta)}$$

Em linguagem coloquial, dizemos que a bateria carrega o capacitor fornecendo as partículas carregadas. Na verdade, porém, o que a bateria faz é criar um campo elétrico nos fios e na placa que desloca elétrons para a superfície superior da placa inferior.

25-4 | Capacitores em Paralelo e em Série

Os capacitores de um circuito às vezes podem ser substituídos por um **capacitor equivalente**, isto é, um único capacitor com a mesma capacitância que o conjunto de

capacitores. Usando esse tipo de substituição podemos simplificar o circuito e calcular com mais facilidade os seus parâmetros. Vamos agora discutir as duas combinações básicas de capacitores que permitem esse tipo de substituição.

Capacitores em Paralelo

A Fig. 25-8*a* mostra um circuito elétrico com três capacitores ligados *em paralelo* à bateria B. Essa descrição tem pouco a ver com o modo como as placas do capacitor são desenhadas. A expressão "em paralelo" significa que cada placa de um dos capacitores é ligada a uma das placas do outro capacitor, de modo que existe a mesma diferença de potencial V entre as placas dos dois capacitores. (Na Fig. 25-8*a*, essa diferença de potencial é estabelecida pela bateria B.) No caso geral,

> Quando uma diferença de potencial V é aplicada a vários capacitores ligados em paralelo, a diferença de potencial V é a mesma entre as placas de todos os capacitores, e a carga total q armazenada nos capacitores é a soma das cargas armazenadas individualmente nos capacitores.

Quando analisamos um circuito com capacitores em paralelo podemos simplificá-lo fazendo a seguinte modificação:

> Capacitores ligados em paralelo podem ser substituídos por um capacitor equivalente com a mesma *carga total* q e a mesma diferença de potencial V que os capacitores originais.

A Fig. 25-8*b* mostra o capacitor equivalente (com uma capacitância equivalente C_{eq}) usado para substituir os três capacitores (de capacitâncias C_1, C_2 e C_3) da Fig. 25-8*a*.

Para obter o valor de C_{eq} na Fig. 25-8*b*, usamos a Eq. 25-1 para determinar as cargas dos capacitores:

$$q_1 = C_1V, \quad q_2 = C_2V, \quad \text{e} \quad q_3 = C_3V.$$

A carga total dos capacitores da Fig. 25-8*a* é, portanto,

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = (C_1 + C_2 + C_3)V.$$

A capacitância equivalente, com a mesma carga total q e a mesma diferença de potencial V que os capacitores originais, é, portanto,

$$C_{eq} = \frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3,$$

um resultado que pode ser facilmente generalizado para um número arbitrário n de capacitores:

$$C_{eq} = \sum_{j=1}^{n} C_j \qquad (n \text{ capacitores em paralelo}). \qquad (25\text{-}19)$$

Assim, para obter a capacitância equivalente de uma combinação de capacitores em paralelo basta somar as capacitâncias individuais.

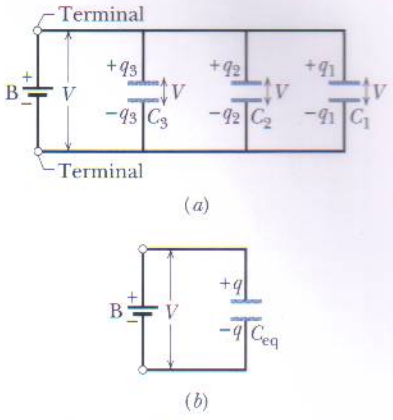


FIG. 25-8 (*a*) Três capacitores ligados em paralelo a uma bateria B. A bateria mantém uma diferença de potencial V entre seus terminais e, portanto, entre os terminais dos capacitores. (*b*) Os três capacitores podem ser substituídos por um capacitor equivalente de capacitância C_{eq}.

Capacitores em Série

A Fig. 25-9*a* mostra três capacitores ligados *em série* à bateria B. Essa descrição tem pouco a ver com o modo como as placas do capacitor são desenhadas. A expressão "em série" significa que os capacitores são ligados em seqüência, um após o outro, e uma diferença de potencial V é aplicada às extremidades do conjunto. (Na Fig. 25-9*a* essa diferença de potencial V é estabelecida pela bateria B.) As diferenças de potencial entre as placas dos capacitores fazem com que todos armazenem a mesma carga q.

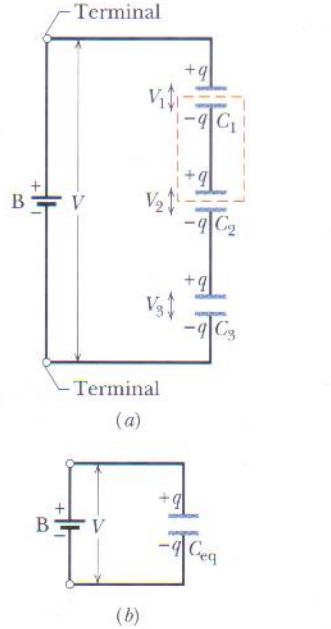


FIG. 25-9 (*a*) Três capacitores ligados em série a uma bateria B. A bateria mantém uma diferença de potencial V entre a placa superior e a placa inferior da combinação em série. (*b*) Os três capacitores podem ser substituídos por um capacitor equivalente de capacitância C_{eq}.

Quando uma diferença de potencial V é aplicada a vários capacitores ligados em série, a carga q armazenada é a mesma em todos os capacitores e a soma das diferenças de potencial entre as placas dos capacitores é igual à diferença de potencial aplicada V.

Podemos explicar por que todos os capacitores armazenam a mesma carga acompanhando uma *reação em cadeia* de eventos, na qual o carregamento de um capacitor provoca o carregamento do capacitor seguinte. Começamos com o capacitor 3. Quando a bateria é ligada aos capacitores em série ela faz com que uma carga $-q$ se acumule na placa inferior do capacitor 3. Essa carga repele as cargas negativas da placa superior do capacitor 3, deixando-a com uma carga $+q$. A carga que foi repelida é transferida para a placa inferior do capacitor 2, fazendo com que acumule uma carga $-q$. Essa carga repele as cargas negativas da placa superior do capacitor 2, deixando-a com uma carga $+q$. A carga que foi repelida é transferida para a placa inferior do capacitor 1, fazendo com que acumule uma carga $-q$. Finalmente, essa carga repele as cargas negativas da placa superior do capacitor 1, deixando-a com uma carga $+q$.

Dois fatos importantes a respeito dos capacitores em série são os seguintes:

1. Quando a carga é transferida de um capacitor para outro em um conjunto de capacitores em série pode haver apenas um percurso para a carga de um capacitor para outro, como o percurso da placa superior do capacitor 3 para a placa inferior do capacitor 2 na Fig. 25-9*a*. Se houver mais de um percurso isso significa que os capacitores não estão em série. Um exemplo aparece no Exemplo 25-2.
2. A bateria produz cargas apenas nas duas placas às quais está ligada diretamente (no caso da Fig. 25-9*a*, a placa inferior do capacitor 3 e a placa superior do capacitor 1). As cargas produzidas nas outras placas se devem ao deslocamento de cargas já existentes nessas placas. Assim, por exemplo, na Fig. 25-9*a* a parte do circuito envolvida por linhas tracejadas está isolada eletricamente do resto do circuito. Logo, a carga total dessa parte do circuito não pode ser modificada pela bateria, embora possa ser redistribuída.

Quando analisamos um circuito com capacitores em série podemos simplificá-lo fazendo seguinte modificação:

Capacitores ligados em série podem ser substituídos por um capacitor equivalente com a *mesma carga* q e a mesma *diferença de potencial total* V que os capacitores originais.

A Fig. 25-9*b* mostra o capacitor equivalente (com uma capacitância equivalente C_{eq}) usado para substituir os três capacitores (de capacitâncias C_1, C_2 e C_3) da Fig. 25-9*a*.

Para obter o valor de C_{eq} na Fig. 25-9*b*, usamos a Eq. 25-1 para determinar diferenças de potencial entre as placas dos capacitores:

$$V_1 = \frac{q}{C_1}, \quad V_2 = \frac{q}{C_2}, \quad \text{e} \quad V_3 = \frac{q}{C_3}.$$

A diferença de potencial V total produzida pela bateria é a soma dessas três diferenças de potencial. Assim,

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right).$$

A capacitância equivalente é, portanto,

$$C_{eq} = \frac{q}{V} = \frac{1}{1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3},$$

ou

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

um resultado que pode ser facilmente generalizado para um número arbitrário n de capacitores:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j} \quad (n \text{ capacitores em série}), \tag{25-20}$$

Usando a Eq. 25-20 é fácil mostrar que a capacitância equivalente de dois ou mais capacitores ligados em série é sempre *menor* que a menor capacitância dos capacitores individuais.

TESTE 3 Uma bateria de potencial V armazena uma carga q em uma combinação de dois capacitores iguais. Determine a diferença de potencial e a carga em cada capacitor (a) se os capacitores estiverem ligados em paralelo; (b) se os capacitores estiverem ligados em série.

Exemplo 25-2

(a) Determine a capacitância equivalente da combinação de capacitores que aparece na Fig. 25-10*a*, à qual é aplicada uma diferença de potencial V. Os valores das capacitâncias são os seguintes:

$$C_1 = 12{,}0\ \mu\text{F}, \quad C_2 = 5{,}30\ \mu\text{F}, \quad \text{e} \quad C_3 = 4{,}50\ \mu\text{F}.$$

IDÉIA-CHAVE Capacitores ligados em série podem ser substituídos por um capacitor equivalente, e capacitores ligados em paralelo podem ser substituídos por um capacitor equivalente. Assim, a primeira coisa a fazer é verificar se no circuito da Fig. 25-10*a* existem capacitores em série e/ou em paralelo.

Determinação da capacitância equivalente: Os capacitores 1 e 3 estão ligados um após o outro, mas será que estão ligados em série? A resposta é negativa. O potencial V aplicado aos capacitores faz com que uma carga se acumule na placa inferior do capacitor 3. Essa carga faz com que uma carga de mesmo valor absoluto deixe a placa superior do capacitor 3. Observe, porém, que essa carga se divide entre as placas inferiores dos capacitores 1 e 2. Como existe mais de um caminho para a carga, o capacitor 3 *não está* em série com o capacitor 1 (nem com o capacitor 2).

Os capacitores 1 e 2 estão em paralelo? A resposta é afirmativa. As placas superiores dos dois capacitores estão ligadas entre si, o que também acontece com as placas inferiores; assim, existe a mesma diferença de potencial entre as placas do capacitor 1 e entre as placas do capacitor 2. Como os capacitores 1 e 2 estão em paralelo, a capacitância equivalente C_{12} dos dois capacitores, de acordo com a Eq. 25-19, é dada por

$$C_{12} = C_1 + C_2 = 12{,}0\ \mu\text{F} + 5{,}30\ \mu\text{F} = 17{,}3\ \mu\text{F}.$$

Na Fig. 25-10*b* substituímos os capacitores 1 e 2 pelo capacitor equivalente dos dois capacitores, que chamamos de capacitor 12 (pronunciado como "um dois", e não como "doze"). (As ligações ao resto do circuito nos pontos A e B são as mesmas nas Figs. 25-10*a* e 25-10*b*.)

O capacitor 12 está em série com o capacitor 3? Aplicando novamente o teste para capacitores em série vemos que toda a carga que deixa a placa superior do capacitor 3 vai para a placa inferior do capacitor 12. Assim, o capacitor 12 e o capacitor 3 estão em série e podem ser substituídos por um capacitor equivalente C_{123} ("um dois três"), como mostra a Fig. 25-10*c*. De acordo com a Eq. 25-20, temos:

$$\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3}$$

$$= \frac{1}{17{,}3\ \mu\text{F}} + \frac{1}{4{,}50\ \mu\text{F}} = 0{,}280\ \mu\text{F}^{-1},$$

e, portanto,

$$C_{123} = \frac{1}{0{,}280\ \mu\text{F}^{-1}} = 3{,}57\ \mu\text{F}. \qquad \text{(Resposta)}$$

(b) A diferença de potencial aplicada aos terminais de entrada da Fig. 25-10*a* é $V = 12{,}5$ V. Qual é a carga de C_1?

IDÉIAS-CHAVE Agora estamos interessados em calcular a carga de um dos capacitores a partir da capacitância equivalente. Para percorrer esse "caminho inverso" usamos dois princípios: (1) a carga de capacitores em série é igual à do capacitor equivalente; (2) a diferença de potencial de capacitores em paralelo é igual à do capacitor equivalente.

Caminho inverso: Para calcular a carga q_1 do capacitor 1 devemos chegar a esse capacitor pelo caminho inverso, começando com o capacitor equivalente C_{123}. Como a diferença de potencial dada ($V = 12{,}5$) é aplicada ao conjun-

to de três capacitores da Fig. 25-10*a*, também é aplicada ao capacitor equivalente da Fig. 25-10*c*. Assim, de acordo com a Eq. 25-1 ($q = CV$), temos:

$$q_{123} = C_{123}V = (3{,}57\ \mu\text{F})(12{,}5\ \text{V}) = 44{,}6\ \mu\text{C}.$$

Os capacitores em série 12 e 3 da Fig. 25-10*b* têm a mesma carga que o capacitor equivalente 123. Assim, a carga do capacitor 12 é $q_{12} = q_{123} = 44{,}6\ \mu\text{C}$. De acordo com a Eq. 25-1, a diferença de potencial entre as placas do capacitor 12 é

$$V_{12} = \frac{q_{12}}{C_{12}} = \frac{44{,}6\ \mu\text{C}}{17{,}3\ \mu\text{F}} = 2{,}58\ \text{V}.$$

Os capacitores 1 e 2 têm a mesma diferença de potencial entre as placas que o capacitor equivalente 12. Assim, a diferença de potencial entre as placas do capacitor 1 é $V_1 = V_{12} = 2{,}58$ V e, de acordo com a Eq. 25-1, a carga do capacitor 1 é

$$q_1 = C_1V_1 = (12{,}0\ \mu\text{F})(2{,}58\ \text{V}) = 31{,}0\ \mu\text{C}. \qquad \text{(Resposta)}$$

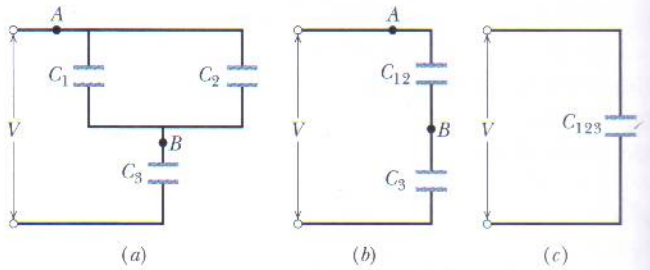


FIG. 25-10 (*a*) Circuito com três capacitores. (*b*) Os capacitores C_1 e C_2, que estão ligados em paralelo, podem ser substituídos por um capacitor equivalente de capacitância C_{12}. (*c*) Os capacitores C_{12} e C_3, que estão ligados em série, podem ser substituídos por um capacitor equivalente de capacitância C_{123}.

Exemplo 25-3 Aumente sua capacidade

O capacitor 1, com $C_1 = 3{,}55\ \mu\text{C}$, é carregado com uma diferença de potencial $V_0 = 6{,}30$ V por uma bateria de 6,30 V. A bateria é removida e o capacitor é ligado, como na Fig. 25-11, a um capacitor descarregado 2, com $C_2 = 8{,}95\ \mu\text{F}$. Quando a chave S é fechada parte da carga de um dos capacitores é transferida para o outro. Determine a carga dos capacitores depois que o equilíbrio é atingido.

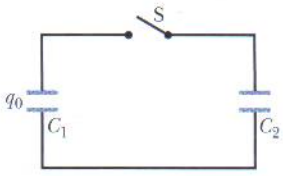


FIG. 25-11 Uma diferença de potencial V_0 é aplicada ao capacitor C_1 e a bateria é removida. Em seguida, a chave S é fechada para que a carga do capacitor 1 seja compartilhada com o capacitor 2.

IDÉIAS-CHAVE A situação é diferente da do exemplo anterior porque no caso atual, o potencial elétrico a que os dois capacitores estão submetidos *não permanece constante* durante todo o processo. No momento em que a chave S é fechada o único potencial aplicado é o do capacitor 1 sobre o capacitor 2, e esse potencial diminui com o tempo. Assim, nesse momento os capacitores da Fig. 25-11 não estão ligados nem *em série* nem *em paralelo*.

Enquanto o potencial elétrico entre os terminais do capacitor 1 diminui, o potencial elétrico entre os terminais do capacitor 2 aumenta. O equilíbrio é atingido quando os dois potenciais são iguais, pois, nesse caso, não existindo uma diferença de potencial entre as placas dos capacitores que estão ligadas entre si não existe campo elétrico para fazer os elétrons se moverem. Isso significa que a carga inicial do capacitor 1 se redistribui entre os dois capacitores.

Cálculos: De acordo com a Eq. 25-1, a carga adquirida pelo capacitor 1 quando este estava ligado à bateria é dada por

$$q_0 = C_1V_0 = (3{,}55 \times 10^{-6}\ \text{F})\ (6{,}30\ \text{V}) = 22{,}365 \times 10^{-6}\ \text{C}.$$

Quando a chave S da Fig. 25-11 é fechada e o capacitor 1 começa a carregar o capacitor 2, o potencial elétrico e a carga do capacitor 1 diminuem e o potencial elétrico e a carga do capacitor 2 aumentam até que

$$V_1 = V_2 \qquad \text{(equilíbrio)}.$$

De acordo com a Eq. 25-1, essa equação pode ser escrita na forma

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2} \qquad \text{(equilíbrio)}.$$

Como a carga total permanece inalterada, devemos ter

$$q_1 + q_2 = q_0 \qquad \text{(conservação de carga)};$$

e portanto

$$q_2 = q_0 - q_1.$$

Assim, a segunda equação de equilíbrio pode ser escrita na forma

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_0 - q_1}{C_2}.$$

Explicitando q_1 e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$q_1 = 6{,}35\ \mu\text{C}. \qquad \text{(Resposta)}$$

O restante da carga inicial ($q_0 = 22{,}365\ \mu\text{C}$) deve estar no capacitor 2:

$$q_2 = 16{,}0\ \mu\text{C}. \qquad \text{(Resposta)}$$

TÁTICAS PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Tática 2: *Circuitos com Vários Capacitores* Vamos rever o método usado para resolver o Exemplo 25-2, em que havia mais de dois capacitores ligados a uma bateria. Para obter um só capacitor equivalente simplificamos aos poucos o conjunto de capacitores, substituindo-os por capacitores equivalentes com o auxílio da Eq. 25-19, no caso de capacitores em paralelo, e da Eq. 25-20, no caso de capacitores em série. Finalmente, para determinar a carga armazenada no capacitor equivalente ao circuito inteiro usamos a Eq. 25-1 e a diferença de potencial V aplicada pela bateria.

O resultado mostra qual é a carga total armazenada no conjunto de capacitores. Entretanto, para determinar a carga armazenada em um dos capacitores ou a diferença de potencial entre as placas de um dos capacitores precisamos percorrer as etapas da simplificação no sentido inverso. Em cada passo desse caminho usamos duas regras: quando dois capacitores estão ligados em paralelo, a diferença de potencial entre as placas é a mesma do capacitor equivalente, e podemos usar a Eq. 25-1 para calcular a carga de cada capacitor; quando dois capacitores estão ligados em série, a carga das placas é a mesma do capacitor equivalente, e podemos usar a Eq. 25-1 para calcular a diferença de potencial entre as placas de cada capacitor.

Tática 3: *Baterias e Capacitores* Uma bateria mantém uma certa diferença de potencial entre os terminais. Assim, quando o capacitor 1 do Exemplo 25-3 é ligado à bateria de 6,30 V há uma transferência de cargas entre o capacitor e a bateria até que a diferença de potencial entre as placas do capacitor seja igual à diferença de potencial entre os terminais da bateria.

A diferença entre um capacitor e uma bateria é que em um capacitor não existem as reações eletroquímicas necessárias para produzir partículas carregadas (elétrons) a partir de átomos e moléculas. Assim, quando o capacitor carregado 1 do Exemplo 25-3 é desligado da bateria e ligado ao capacitor descarregado 2 com a chave S fechada, a diferença de potencial entre as placas do capacitor 1 não se mantém. A grandeza que se mantém *é* a carga q_0 do conjunto de dois capacitores. Nesse caso, a grandeza que obedece a uma lei de conservação é a carga elétrica, e *não* o potencial elétrico.

25-5 | Energia Armazenada em um Campo Elétrico

Para que um capacitor se carregue é preciso que um agente externo execute um trabalho. Imagine que, usando "pinças mágicas", você pudesse remover elétrons de uma das placas de um capacitor inicialmente descarregado e depositá-los na outra placa, um de cada vez. O campo elétrico que essa transferência produz no espaço entre as placas tem um sentido tal que se opõe a novas transferências de carga. Assim, à medida que a carga fosse sendo acumulada nas placas do capacitor, seria necessário realizar um trabalho cada vez maior para transferir novos elétrons. Na vida real esse trabalho não é executado por "pinças mágicas", mas por uma bateria, à custa de sua reserva de energia química.

O trabalho necessário para carregar um capacitor se transforma na energia potencial elétrica U do campo elétrico que existe entre as placas. Podemos recuperar essa energia descarregando o capacitor através de um circuito elétrico, da mesma forma como podemos recuperar a energia potencial armazenada em um arco distendido soltando a corda e deixando que se transforme na energia cinética da flecha.

Suponha que, em um dado instante, uma carga q' tenha sido transferida de uma placa de um capacitor para a outra. A diferença de potencial V' entre as placas nesse instante é q'/C. De acordo com a Eq. 24-7, se uma carga adicional dq' é transferida, o trabalho adicional necessário para essa transferência é dado por

$$dW = V'\,dq' = \frac{q'}{C}\,dq'.$$

O trabalho necessário para carregar o capacitor com uma carga final q é dado por

$$W = \int dW = \frac{1}{C}\int_0^q q'\,dq' = \frac{q^2}{2C}.$$

Como esse trabalho é armazenado na forma da energia potencial U do capacitor, temos:

$$U = \frac{q^2}{2C} \quad \text{(energia potencial)}. \tag{25-21}$$

De acordo com a Eq. 25-1, essa equação também pode ser escrita na forma

$$U = \tfrac{1}{2}CV^2 \quad \text{(energia potencial)}. \tag{25-22}$$

As Eqs. 25-21 e 25-22 são válidas para qualquer forma geométrica do capacitor.

Para entender melhor o fenômeno do armazenamento de energia em capacitores considere dois capacitores de placas paralelas de características idênticas, exceto pelo fato de que a distância entre as placas do capacitor 1 é duas vezes maior que a distância entre as placas do capacitor 2. Nesse caso, o volume entre as placas do capacitor 1 é duas vezes maior que o volume entre as placas do capacitor 2; além disso, de acordo com a Eq. 25-9, a capacitância do capacitor 2 é duas vezes maior que a do capacitor 1. Segundo a Eq. 25-4, se os dois capacitores possuem a mesma carga q os campos elétricos entre as placas são iguais. Além disso, de acordo com a Eq. 25-21, a energia armazenada no capacitor 1 é duas vezes maior que a energia do capacitor 2. Assim, se dois capacitores com a mesma forma geométrica têm a mesma carga e, portanto, o mesmo campo elétrico entre as placas, aquele que tem um volume duas vezes maior possui uma energia armazenada duas vezes maior. Análises como esta confirmam nossa afirmação anterior:

A energia potencial armazenada em um capacitor carregado está associada ao campo elétrico que existe entre as placas.

Explosões de Nuvens de Pó

Como vimos na Seção 24-12, quando uma pessoa entra em contato com certos objetos, como um suéter de lã, um tapete ou mesmo um escorregador de plástico, pode adquirir uma carga elétrica considerável. Essa carga pode ser suficiente para produzir uma centelha quando a pessoa aproxima a mão de um corpo aterrado, como uma torneira, por exemplo. Em muitas indústrias que trabalham com pós, como as de alimentos e de cosméticos, centelhas desse tipo podem ser muito perigosas. Mesmo que a substância de que é feito o pó não seja inflamável, quando pequenos grãos estão em suspensão no ar e, portanto, cercados de oxigênio podem queimar tão depressa que a nuvem de pó explode. Os engenheiros de segurança não podem eliminar todas as causas possíveis de centelhas das indústrias que lidam com pós, mas procuram manter a quantidade de energia disponível nas centelhas bem abaixo do valor-limite U_l (≈ 150 mJ), acima do qual os grãos de pó se incendeiam.

Suponha que uma pessoa adquire uma carga elétrica ao entrar em contato com várias superfícies ao caminhar no interior de um depósito. Podemos modelar a pessoa como um capacitor esférico de raio $R = 1{,}8$ m. De acordo com a Eq. 25-18 ($C = 4\pi\varepsilon_0 R$) e a Eq. 25-22 ($U = \frac{1}{2}CV^2$), a energia do capacitor é

$$U = \tfrac{1}{2}(4\pi\varepsilon_0 R)V^2.$$

Nesse caso, o valor-limite da energia corresponde a um potencial

$$V = \sqrt{\frac{2U_l}{4\pi\varepsilon_0 R}} = \sqrt{\frac{2(150 \times 10^{-3}\ \text{J})}{4\pi(8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(1{,}8\ \text{m})}}$$
$$= 3{,}9 \times 10^4\ \text{V}.$$

Os engenheiros de segurança procuram manter o potencial dos operários abaixo desse valor "drenando" as cargas através, por exemplo, de um piso condutor.

Densidade de Energia

Em um capacitor de placas paralelas, desprezando o efeito das bordas o campo elétrico tem o mesmo valor em todos os pontos situados entre as placas. Assim, a **densidade de energia** u, ou seja, a energia potencial por unidade de volume no espaço entre as placas, também é uniforme. Podemos calcular u dividindo a energia potencial total pelo volume Ad do espaço entre as placas. De acordo com a Eq. 25-22, temos:

$$u = \frac{U}{Ad} = \frac{CV^2}{2Ad}.$$

De acordo com a Eq. 25-9 ($C = \varepsilon_0 A/d$), esse resultado pode ser escrito na forma

$$u = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 \left(\frac{V}{d}\right)^2.$$

Além disso, de acordo com a Eq. 24-42 ($E = -\Delta V/\Delta s$), V/d é igual ao módulo do campo elétrico E; portanto,

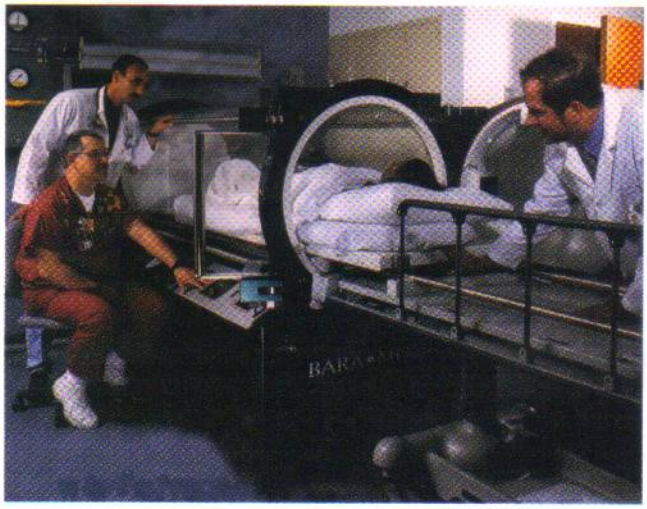
$$u = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \quad \text{(densidade de energia).} \qquad (25\text{-}25)$$

Embora tenhamos chegado a esse resultado para o caso particular de um capacitor de placas paralelas, ele se aplica a qualquer campo elétrico. Se existe um campo elétrico $\vec{E}$ em um ponto do espaço podemos pensar nesse ponto como uma fonte de energia potencial elétrica cujo valor por unidade de volume é dado pela Eq. 25-25.

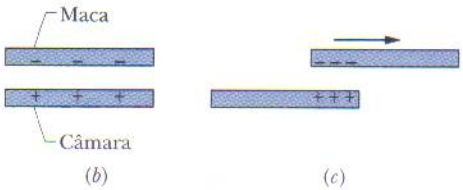
Exemplo 25-4

As vítimas de queimaduras graves às vezes são tratadas em uma câmara onde existe ar enriquecido em oxigênio (câmara hiperbárica). Quando a sessão de tratamento termina um enfermeiro puxa a maca com o paciente para fora da câmara. Em pelo menos duas ocasiões a maca pegou fogo na extremidade que foi a última a sair da câmara. Obviamente, uma maca em chamas com um paciente já queimado é uma situação de alto risco, e naturalmente a combustão é mais intensa em uma atmosfera rica em oxigênio, mas permanece a pergunta: O que fez as macas se incendiarem?

Os investigadores constataram que havia uma separação de cargas entre a pele do paciente, a camisola de hospital e o lençol da maca. Também descobriram que a armação da maca e a parte da câmara hiperbárica abaixo da maca formavam um capacitor de placas paralelas (Fig. 25-12) de capacitância $C_i = 250$ pF. Se o excesso de carga tivesse sido neutralizado através de uma centelha elétrica, essa centelha seria suficiente para provocar um incêndio? As medidas revelaram que para haver uma centelha a diferença de potencial V entre a armação da maca e a câmara teria que exceder 2000 V, e que a maca só pegaria fogo se a energia potencial U do capacitor maca-câmara excedesse 0,20 mJ. Entretanto, a diferença de potencial entre a maca e a câmara era apenas $V_i = 600$ V, um valor insuficiente para produzir uma centelha.



(a)



(b) (c)

FIG. 25-12 (*a*) Uma câmara hiperbárica. (*b*) Uma maca e a câmara hiperbárica formam um capacitor que pode ser carregado acidentalmente. (*c*) Quando a maca é removida da câmara, a carga se concentra em uma pequena região. *(Câmara BARA-MED® Monoplace, projetada e fabricada por BioMedical Systems Group, Environmental Tectonics Corp.)*

(a) Quando a maca estava sendo retirada da câmara a superposição entre a maca e a câmara diminuiu e, portanto, a área efetiva das placas do capacitor maca-câmara também diminuiu em relação ao valor inicial A. Qual era a diferença de potencial V_f quando a área efetiva das placas do capacitor era $A_f = 0{,}10A_i$?

IDÉIA-CHAVE (1) De acordo com a Eq. 25-1 ($q = CV$), existe uma relação entre a diferença de potencial V entre as placas de um capacitor, a carga q e a capacitância C. (2) A carga permaneceu constante enquanto a maca estava sendo removida da câmara. (3) A capacitância de um capacitor de placas paralelas está relacionada à área das placas pela Eq. 25-9 ($C = \varepsilon_0 A/d$).

Cálculos: De acordo com a Eq. 25-1, a carga q é dada por

$$q = C_f V_f = C_i V_i,$$

e portanto

$$V_f = \frac{C_i}{C_f} V_i. \quad (25\text{-}23)$$

De acordo com a Eq. 25-9, temos:

$$C_f = \frac{\varepsilon_0 A_f}{d} = \frac{\varepsilon_0 (0{,}10 A_i)}{d}$$

$$= 0{,}10 \frac{\varepsilon_0 A_i}{d} = 0{,}10 C_i. \quad (25\text{-}24)$$

Substituindo esse resultado na Eq. 25-23, obtemos

$$V_f = \frac{C_i}{0{,}10 C_i} V_i = 10 V_i = (10)(600\ \text{V})$$

$$= 6000\ \text{V}. \quad \text{(Resposta)}$$

Quando a maca estava sendo retirada a diferença de potencial aumentou porque a carga do capacitor ficou concentrada em uma área menor das placas. A diferença de potencial $V_f = 6000$ V foi mais do que suficiente para produzir uma centelha.

(b) Qual era a energia U_f do capacitor maca-câmara quando a área efetiva das placas era $0{,}10A_i$?

IDÉIA-CHAVE A energia potencial U armazenada em um capacitor está relacionada à capacitância C e à diferença de potencial V através da Eq. 25-22 ($U = \frac{1}{2}CV^2$).

Cálculo: De acordo com a Eq. 25-24, podemos escrever

$$U_f = \tfrac{1}{2} C_f V_f^2 = \tfrac{1}{2}(0{,}10 C_i) V_f^2$$

$$= \tfrac{1}{2}(0{,}10)(250 \times 10^{-12}\ \text{F})(6000\ \text{V})^2$$

$$= 4{,}5 \times 10^{-4}\ \text{J} = 0{,}45\ \text{mJ}. \quad \text{(Resposta)}$$

Essa energia é mais do que suficiente para atear fogo à maca. Os investigadores concluíram que o incêndio na maca se deveu a uma centelha produzida pelo capacitor maca-câmara quando a carga ficou concentrada em uma pequena região no momento em que a maca estava sendo retirada da câmara.

Exemplo 25-5

Uma esfera condutora isolada cujo raio R é 6,85 cm possui uma carga $q = 1{,}25$ nC.

(a) Qual é a energia potencial armazenada no campo elétrico desse condutor carregado?

IDÉIAS-CHAVE (1) Uma esfera condutora isolada possui uma capacitância dada pela Eq. 25-18 ($C = 4\pi\varepsilon_0 R$); (2) a relação entre a energia U armazenada em um capacitor, a carga q armazenada no capacitor e a capacitância C é dada pela Eq. 25-21 ($U = q^2/2C$).

Cálculo: Fazendo $C = 4\pi\varepsilon_0 R$ na Eq. 25-21, obtemos

$$U = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

$$= \frac{(1{,}25 \times 10^{-9}\ \text{C})^2}{(8\pi)(8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{F/m})(0{,}0685\ \text{m})}$$

$$= 1{,}03 \times 10^{-7}\ \text{J} = 103\ \text{nJ}. \quad \text{(Resposta)}$$

(b) Qual é a densidade de energia na superfície da esfera?

IDÉIA-CHAVE De acordo com a Eq. 25-25 ($u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$), a densidade de energia u armazenada em um campo elétrico depende do módulo E do campo.

Cálculos: Precisamos determinar o valor de E na superfície da esfera. O valor de E é dado pela Eq. 23-15:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{R^2}.$$

A densidade de energia é, portanto,

$$u = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{q^2}{32\pi^2 \varepsilon_0 R^4}$$

$$= \frac{(1{,}25 \times 10^{-9}\ \text{C})^2}{(32\pi^2)(8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2)(0{,}0685\ \text{m})^4}$$

$$= 2{,}54 \times 10^{-5}\ \text{J/m}^3 = 25{,}4\ \mu\text{J/m}^3. \quad \text{(Resposta)}$$

25-6 | Capacitor com um Dielétrico

Quando preenchemos o espaço entre as placas de um capacitor com um *dielétrico*, que é um material isolante como plástico ou óleo mineral, o que acontece com a capacitância? O cientista inglês Michael Faraday, a quem devemos o conceito de capacitância (a unidade de capacitância no SI recebeu o nome de farad em sua homenagem), foi o primeiro a investigar o assunto em 1837. Usando um equipamento simples como o que aparece na Fig. 25-13, Faraday constatou que a capacitância era

FIG. 25-13 Equipamento usado por Faraday em suas experiências com capacitores. O dispositivo completo (segundo da esquerda para a direita) constitui um capacitor esférico formado por uma esfera central de bronze e uma casca concêntrica feita do mesmo material. Faraday colocou vários dielétricos diferentes no espaço entre a esfera e a casca. *(The Royal Institute, England/Bridgeman Art Library/NY)*

multiplicada por um fator numérico κ, que chamou de **constante dielétrica** do material isolante. A Tabela 25-1 mostra alguns materiais dielétricos e suas constantes dielétricas. Por definição, a constante dielétrica do vácuo é igual à unidade. Como o ar é constituído principalmente de espaço vazio, sua constante dielétrica é apenas ligeiramente maior que a do vácuo.

Outro efeito da introdução de um dielétrico é limitar a diferença de potencial que pode ser aplicada entre as placas a um valor $V_{máx}$, conhecido como *potencial de ruptura*. Quando esse valor é excedido o material dielétrico sofre um processo conhecido como ruptura e passa a permitir a passagem de cargas de uma placa para a outra. A todo material dielétrico pode ser atribuída uma *rigidez dielétrica*, que corresponde ao máximo valor do campo elétrico que o material pode tolerar sem que ocorra o processo de ruptura. Alguns valores de rigidez dielétrica também aparecem na Tabela 25-1.

Como discutimos logo após a Eq. 25-18, a capacitância de qualquer capacitor pode ser escrita na forma

$$C = \varepsilon_0 \mathcal{L}, \tag{25-26}$$

onde $\mathcal{L}$ tem dimensão de comprimento. Assim, por exemplo, $\mathcal{L} = A/d$ para um capacitor de placas paralelas. Faraday descobriu que no caso em que um dielétrico preenche *totalmente* o espaço entre as placas a Eq. 25-26 se torna

$$C = \kappa\varepsilon_0 \mathcal{L} = \kappa C_{ar}, \tag{25-27}$$

onde C_{ar} é o valor da capacitância com apenas ar entre as placas.

A Fig. 25-14 mostra, de forma esquemática, os resultados dos experimentos de Faraday. Na Fig. 25-14*a* a bateria mantém uma diferença de potencial V entre as placas. Quando uma placa de dielétrico é introduzida entre as placas a carga q das placas é multiplicada por κ; a carga adicional é fornecida pela bateria. Na Fig. 25-14*b* não há nenhuma bateria e, portanto, a carga q permanece constante quando a placa de dielétrico é introduzida; nesse caso, a diferença de potencial V entre as placas é dividida por κ. As duas observações são compatíveis (através da relação $q = CV$) com um aumento da capacitância causado pela presença do dielétrico.

A comparação das Eqs. 25-26 e 25-27 sugere que o efeito de um dielétrico pode ser descrito da seguinte forma:

> Em uma região totalmente preenchida por um material dielétrico de constante dielétrica κ, a permissividade do vácuo ε_0 deve ser substituída por $\kappa\varepsilon_0$ em todas as equações.

Assim, o módulo do campo elétrico produzido por uma carga pontual no interior de um dielétrico é dado pela seguinte forma modificada na Eq. 23-15:

TABELA 25-1

Propriedades de Alguns Dielétricos[a]

Material	Constante Dielétrica κ	Rigidez Dielétrica (kV/mm)
Ar (1 atm)	1,00054	3
Poliestireno	2,6	24
Papel	3,5	16
Óleo de transformador	4,5	
Pirex	4,7	14
Mica rubi	5,4	
Porcelana	6,5	
Silício	12	
Germânio	16	
Etanol	25	
Água (20°C)	80,4	
Água (25°C)	78,5	
Titânia	130	
Titanato de estrôncio	310	8

Para o vácuo, $\kappa = 1$.

[a]Medidas à temperatura ambiente, exceto no caso da água.

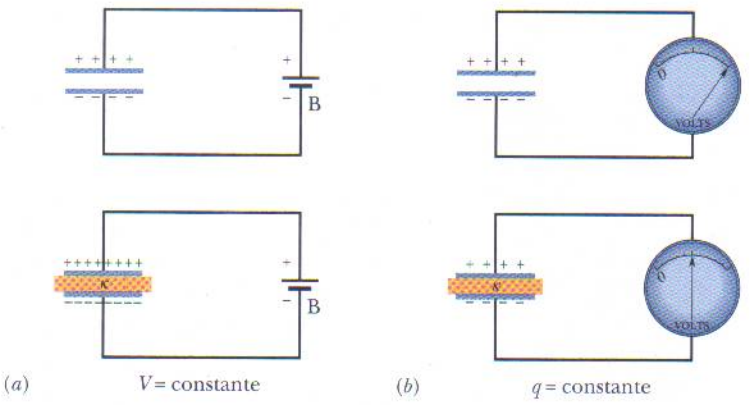


FIG. 25-14 (*a*) Se a diferença de potencial entre as placas de um capacitor é mantida por uma bateria B, o efeito de um dielétrico é aumentar a carga das placas. (*b*) Se a carga das placas é mantida, o efeito do dielétrico é reduzir a diferença de potencial entre as placas. O mostrador que aparece na figura é o de um *potenciômetro*, instrumento usado para medir diferenças de potencial (no caso, entre as placas do capacitor). Um capacitor não pode se descarregar através de um potenciômetro.

$$E = \frac{1}{4\pi\kappa\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}. \tag{25-28}$$

Do mesmo modo, a expressão do campo elétrico nas proximidades da superfície de um condutor imerso em um dielétrico (veja a Eq. 23-11) é a seguinte:

$$E = \frac{\sigma}{\kappa\varepsilon_0}. \tag{25-29}$$

Como κ é sempre maior que a unidade, essas equações mostram que *para uma dada distribuição de cargas o efeito de um dielétrico é diminuir o valor do campo elétrico* que existe no espaço entre as cargas.

Exemplo 25-6

Um capacitor de placas paralelas cuja capacitância C é 13,5 pF é carregado por uma bateria até que haja uma diferença de potencial V = 12,5 V entre as placas. A bateria é desligada e uma placa de porcelana (κ = 6,50) é introduzida entre as placas.

(a) Qual é a energia potencial do capacitor antes da introdução da placa?

IDÉIA-CHAVE A energia potencial U_i do capacitor está relacionada à capacitância C e ao potencial V (através da Eq. 25-22) ou à carga q (através da Eq. 25-21):

$$U_i = \tfrac{1}{2}CV^2 = \frac{q^2}{2C}.$$

Cálculo: Como conhecemos o potencial inicial V (= 12,5 V), podemos usar a Eq. 25-22 para calcular a energia potencial inicial:

$$U_i = \tfrac{1}{2}CV^2 = \tfrac{1}{2}(13{,}5 \times 10^{-12}\ \text{F})(12{,}5\ \text{V})^2$$
$$= 1{,}055 \times 10^{-9}\ \text{J} = 1055\ \text{pJ} \approx 1100\ \text{pJ}. \quad \text{(Resposta)}$$

(b) Qual é a energia potencial do conjunto capacitor-placa depois que a placa é introduzida?

IDÉIA-CHAVE Como a bateria foi desligada, a carga do capacitor não pode mudar quando o dielétrico é introduzido. Entretanto, o potencial *pode* mudar.

Cálculos: Devemos usar a Eq. 25-21 para calcular a energia potencial final U_f, mas agora que o espaço entre as placas do capacitor está ocupado pela placa de porcelana a capacitância é κC. Assim, temos:

$$U_f = \frac{q^2}{2\kappa C} = \frac{U_i}{\kappa} = \frac{1055\ \text{pJ}}{6{,}50}$$
$$= 162\ \text{pJ} \approx 160\ \text{pJ}. \quad \text{(Resposta)}$$

Isso mostra que quando a placa de porcelana é introduzida a energia potencial é dividida por κ.

A energia "perdida", em princípio, poderia ser medida pela pessoa encarregada de introduzir a placa de porcelana, já que o capacitor atrai a placa e realiza sobre ela um trabalho dado por

$$W = U_i - U_f = (1055 - 162)\ \text{pJ} = 893\ \text{pJ}.$$

Se a placa penetrasse livremente no espaço entre as placas e não houvesse atrito, passaria a oscilar para um lado e para outro com uma energia mecânica (constante) de 893 pJ; essa energia seria convertida alternadamente de energia cinética do movimento da placa em energia potencial armazenada no campo elétrico.

25-7 | Dielétricos: Uma Visão Atômica

O que acontece, em termos atômicos e moleculares, quando submetemos um dielétrico a um campo elétrico? Existem duas possibilidades, dependendo do tipo de molécula.

1. *Dielétricos polares.* As moléculas de alguns dielétricos, como a água, possuem momentos dipolares elétricos permanentes. Nesses materiais (conhecidos como *dielétricos polares*) os dipolos elétricos tendem a se alinhar com um campo elétrico externo, como mostra a Fig. 25-15. Como as moléculas estão constantemente se chocando umas com as outras devido à agitação térmica, o alinhamento não é perfeito, mas tende a aumentar quando o campo elétrico aumenta (ou quando a temperatura diminui, já que nesse caso a agitação térmica é menor). O alinhamento dos dipolos elétricos produz um campo elétrico no sentido oposto ao do campo elétrico aplicado e com um módulo em geral bem menor que o do campo aplicado.
2. *Dielétricos apolares.* Mesmo que não possuam momentos dipolares elétricos permanentes, as moléculas adquirem momentos dipolares por indução quando são submetidas a um campo elétrico externo. Como foi discutido na Seção 24-8 (veja a Fig. 24-11), isso acontece porque o campo externo tende a "esticar" as moléculas, deslocando ligeiramente o centro das cargas negativas em relação ao centro das cargas positivas.

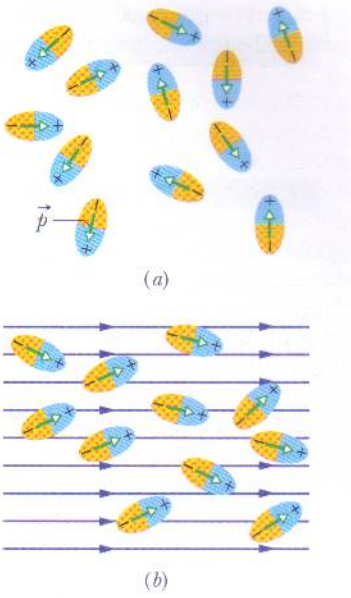


FIG. 25-15 (*a*) Moléculas com um momento dipolar permanente, orientadas aleatoriamente na ausência de um campo elétrico externo. (*b*) Quando um campo elétrico é aplicado os dipolos elétricos se alinham parcialmente. O alinhamento não é completo por causa da agitação térmica.

A Fig. 25-16*a* mostra uma placa feita de um dielétrico apolar na ausência de um campo elétrico externo. Na Fig. 25-16*b* um campo elétrico $\vec{E}_0$ é aplicado através de um capacitor, cujas placas são carregadas da forma mostrada na figura. O resultado é uma ligeira separação dos centros das cargas positivas e negativas no interior da placa de dielétrico, que faz com que uma das superfícies da placa fique positiva (por causa das extremidades positivas dos dipolos nessa parte da placa) e a face oposta fique negativa (por causa das extremidades negativas dos dipolos). A placa como um todo permanece eletricamente neutra, e no interior da placa não existe excesso de cargas positivas ou negativas em nenhum elemento de volume.

A Fig. 25-16*c* mostra que as cargas induzidas nas superfícies do dielétrico produzem um campo elétrico $\vec{E}'$ no sentido oposto ao do campo elétrico aplicado $\vec{E}_0$. O campo resultante $\vec{E}$ no interior do dielétrico (que é a soma vetorial dos campos $\vec{E}_0$ e $\vec{E}'$) tem a mesma direção que $\vec{E}_0$, mas é menor em módulo.

Tanto o campo produzido pelas cargas superficiais dos dipolos induzidos nas moléculas apolares (Fig. 25-16*c*) como o campo elétrico produzido pelos dipolos permanentes das moléculas polares (Fig. 25-15) apontam no sentido oposto ao do campo aplicado. Assim, tanto os dielétricos polares como os apolares enfraquecem o campo elétrico na região em que se encontram, que pode ser o espaço entre as placas de um capacitor.

Agora podemos compreender por que a placa de dielétrico do Exemplo 25-6 é atraída para o interior do capacitor: Quando o dielétrico penetra no espaço entre as placas a carga superficial que aparece em cada superfície do dielétrico e a carga da placa mais próxima do capacitor têm sinais opostos. Assim, as placas do capacitor e a placa de dielétrico se atraem mutuamente.

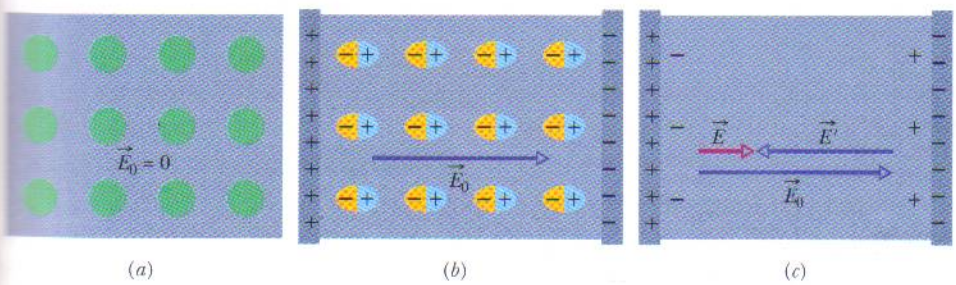


FIG. 25-16 (*a*) Dielétrico apolar. Os círculos representam os átomos eletricamente neutros do material. (*b*) As placas carregadas de um capacitor produzem um campo elétrico; o campo separa ligeiramente as cargas positivas das cargas negativas do material. (*c*) A separação produz cargas nas superfícies do material; as cargas criam um campo $\vec{E}'$ que se opõe ao campo aplicado $\vec{E}_0$. O campo resultante $\vec{E}$ no interior do material (a soma vetorial de $\vec{E}_0$ e $\vec{E}'$) tem a mesma direção que $\vec{E}_0$, mas um módulo menor.

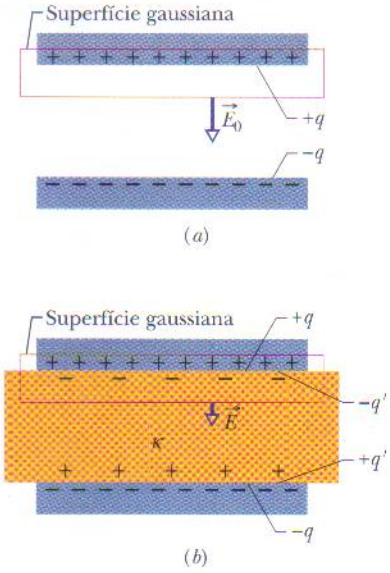


FIG. 25-17 Capacitor de placas paralelas (*a*) sem e (*b*) com um dielétrico entre as placas. A carga q das placas é considerada a mesma nos dois casos.

25-8 | Dielétricos e a Lei de Gauss

Em nossa discussão da lei de Gauss no Capítulo 23 supusemos que as cargas estavam no vácuo. Agora vamos modificar e generalizar a lei para que possa ser aplicada ao interior de materiais dielétricos como os da Tabela 25-1. A Fig. 25-17 mostra um capacitor de placas paralelas com e sem um dielétrico no espaço entre as placas, cuja área é A. Vamos supor que a carga q das placas é a mesma nas duas situações. Observe que o campo elétrico entre as placas induz cargas nas superfícies do dielétrico por um dos mecanismos discutidos na Seção 25-7.

Para a situação da Fig. 25-17*a*, na ausência de um dielétrico, podemos calcular o campo elétrico $\vec{E}_0$ entre as placas como fizemos na Fig. 25-5: envolvemos a carga $+q$ da placa superior com uma superfície gaussiana e aplicamos a lei de Gauss. Chamando de E_0 o módulo do campo, temos:

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \varepsilon_0 E_0 A = q, \tag{25-30}$$

ou

$$E_0 = \frac{q}{\varepsilon_0 A}. \tag{25-31}$$

Na Fig. 25-17*b*, com um dielétrico no espaço entre as placas, podemos calcular o campo elétrico entre as placas (e no interior do dielétrico) usando a mesma superfície gaussiana. Agora, porém, a superfície envolve dois tipos de cargas: a carga $+q$ da placa superior do capacitor e a carga induzida $-q'$ da superfície superior do dielétrico. Dizemos que a carga da placa do capacitor é uma *carga livre* porque pode se mover sob a ação de um campo elétrico aplicado; a carga induzida na superfície do dielétrico não é uma carga livre, pois não pode deixar o local em que se encontra.

Como a carga total envolvida pela superfície gaussiana da Fig. 25-17*b* é $q - q'$, a lei de Gauss nos dá

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \varepsilon_0 EA = q - q', \tag{25-32}$$

ou

$$E = \frac{q - q'}{\varepsilon_0 A}. \tag{25-33}$$

Como o efeito do dielétrico é dividir por κ o campo original E_0, podemos escrever:

$$E = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{q}{\kappa \varepsilon_0 A}. \tag{25-34}$$

Comparando as Eqs. 25-33 e 25-34, temos

$$q - q' = \frac{q}{\kappa}. \tag{25-35}$$

A Eq. 25-35 mostra corretamente que o valor absoluto q' da carga induzida na superfície do dielétrico é menor que o da carga livre q e que é zero na ausência de um dielétrico (caso em que $\kappa = 1$ na Eq. 25-35).

Substituindo $q - q'$ na Eq. 25-32 pelo seu valor, dado pela Eq. 25-35, podemos escrever a lei de Gauss na forma

$$\varepsilon_0 \oint \kappa \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \quad \text{(Lei de Gauss com dielétrico).} \tag{25-36}$$

Essa equação, embora tenha sido demonstrada para o caso particular de um capacitor de placas paralelas, é válida para todos os casos e constitui a forma mais geral da lei de Gauss. Observe o seguinte:

1. A integral de fluxo agora envolve o produto $\kappa\vec{E}$ em vez de $\vec{E}$. (O vetor $\varepsilon_0\kappa\vec{E}$ recebe o nome de *deslocamento elétrico* e é representado pelo símbolo $\vec{D}$; assim, a Eq. 25-36 pode ser escrita na forma $\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = q$.)

2. A carga q envolvida pela superfície gaussiana agora é tomada como sendo *apenas a carga livre*. A carga induzida nas superfícies do dielétrico é deliberadamente ignorada no lado direito da Eq. 25-36, pois seus efeitos já foram levados em conta quando a constante dielétrica κ foi introduzida do lado direito.
3. A diferença entre a Eq. 25-36 e a Eq. 23-7, nossa versão original da lei de Gauss, está apenas no fato de que na Eq. 25-36 a constante ε_0 foi substituída por $\kappa\varepsilon_0$. Mantemos κ no integrando da Eq. 25-36 para incluir os casos em que κ não é a mesma em todos os pontos da superfície gaussiana.

Exemplo 25-7

A Fig. 25-18 mostra um capacitor de placas paralelas em que a área das placas é A e a distância entre as placas é d. Uma diferença de potencial V_0 é aplicada entre as placas. Em seguida, a bateria é desligada e um dielétrico de espessura b e constante dielétrica κ é introduzido entre as placas, da forma mostrada na figura. Suponha que $A = 115\ \text{cm}^2$, $d = 1{,}24\ \text{cm}$, $V_0 = 85{,}5\ \text{V}$, $b = 0{,}780\ \text{cm}$ e $\kappa = 2{,}61$.

(a) Qual é a capacitância C_0 antes da introdução do dielétrico?

Cálculo: De acordo com a Eq. 25-9, temos:

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d} = \frac{(8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{F/m})(115 \times 10^{-4}\ \text{m}^2)}{1{,}24 \times 10^{-2}\ \text{m}}$$
$$= 8{,}21 \times 10^{-12}\ \text{F} = 8{,}21\ \text{pF}. \qquad \text{(Resposta)}$$

(b) Qual é o valor da carga das placas?

Cálculo: De acordo com a Eq. 25-1, temos

$$q = C_0 V_0 = (8{,}21 \times 10^{-12}\ \text{F})(85{,}5\ \text{V})$$
$$= 7{,}02 \times 10^{-10}\ \text{C} = 702\ \text{pC}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Como a bateria usada para carregar o capacitor foi desligada antes que o dielétrico fosse introduzido, a carga das placas não muda quando o dielétrico é introduzido.

(c) Qual é o campo elétrico E_0 nos espaços entre as placas do capacitor e o dielétrico?

IDÉIA-CHAVE Podemos aplicar a lei de Gauss, na forma da Eq. 25-36, à superfície gaussiana I da Fig. 25-18.

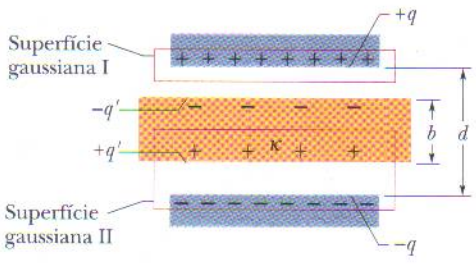


FIG. 25-18 Capacitor de placas paralelas com um dielétrico que não ocupa totalmente o espaço entre as placas.

Cálculos: Como essa superfície passa pelo espaço vazio entre o capacitor e o dielétrico, envolve *apenas* a carga da placa superior do capacitor. Como o vetor área $d\vec{A}$ e o vetor campo $\vec{E}_0$ apontam verticalmente para baixo, o produto escalar da Eq. 25-36 se torna

$$\vec{E}_0 \cdot d\vec{A} = E_0\, dA \cos 0° = E_0\, dA.$$

Nesse caso, a Eq. 25-36 assume a forma

$$\varepsilon_0 \kappa E_0 \oint dA = q.$$

A integração agora nos dá simplesmente a área A da placa. Assim, temos:

$$\varepsilon_0 \kappa E_0 A = q,$$

ou

$$E_0 = \frac{q}{\varepsilon_0 \kappa A}.$$

Devemos fazer $\kappa = 1$ porque a superfície gaussiana I não passa pelo dielétrico. Assim, temos:

$$E_0 = \frac{q}{\varepsilon_0 \kappa A} = \frac{7{,}02 \times 10^{-10}\ \text{C}}{(8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{F/m})(1)(115 \times 10^{-4}\ \text{m}^2)}$$
$$= 6900\ \text{V/m} = 6{,}90\ \text{kV/m}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Observe que o valor de E_0 não varia quando o dielétrico é introduzido porque a carga envolvida pela superfície gaussiana I da Fig. 25-18 não varia.

(d) Qual é o campo elétrico E_1 no interior do dielétrico?

IDÉIA-CHAVE Podemos aplicar a lei de Gauss na forma da Eq. 25-36 à superfície gaussiana II da Fig. 25-18.

Cálculos: Essa superfície envolve a carga livre $-q$ e a carga induzida $+q'$, mas esta última deve ser ignorada quando usamos a Eq. 25-36. O resultado é

$$\varepsilon_0 \oint \kappa \vec{E}_1 \cdot d\vec{A} = -\varepsilon_0 \kappa E_1 A = -q. \qquad (25\text{-}37)$$

(O primeiro sinal negativo dessa equação vem do produto escalar $\vec{E}_1 \cdot d\vec{A}$, já que agora o vetor campo $\vec{E}_1$ aponta verticalmente para baixo e o vetor área $d\vec{A}$ aponta verticalmente para cima.) Dessa vez, a constante dielétrica é a do dielétrico ($\kappa = 2{,}61$). Assim, a Eq. 25-37 nos dá

$$E_1 = \frac{q}{\varepsilon_0 \kappa A} = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{6{,}90\ \text{kV/m}}{2{,}61}$$
$$= 2{,}64\ \text{kV/m}. \qquad \text{(Resposta)}$$

(e) Qual é a diferença de potencial V entre as placas depois da introdução do dielétrico?

IDÉIA-CHAVE Podemos determinar V integrando de uma placa do capacitor até a outra ao longo de uma trajetória retilínea perpendicular ao plano das placas.

Cálculo: No interior do dielétrico a distância percorrida é b e o campo elétrico é E_1; nos espaços vazios entre as placas do capacitor e a superfície do dielétrico a distância percorrida é $d - b$ e o campo elétrico é E_0. De acordo com a Eq. 25-6, temos

$$V = \int_-^+ E\,ds = E_0(d - b) + E_1 b$$
$$= (6900\ \text{V/m})(0{,}0124\ \text{m} - 0{,}00780\ \text{m})$$
$$+ (2640\ \text{V/m})(0{,}00780\ \text{m})$$
$$= 52{,}3\ \text{V}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Esse valor é menor que a diferença de potencial original de 85,5 V.

(f) Qual é a capacitância com o dielétrico entre as placas do capacitor?

IDÉIA-CHAVE A capacitância C está relacionada à carga livre q e à diferença de potencial V através da Eq. 25-1.

Cálculo: Usando o valor de q calculado no item (b) e o valor de V calculado no item (e), temos:

$$C = \frac{q}{V} = \frac{7{,}02 \times 10^{-10}\ \text{C}}{52{,}3\ \text{V}}$$
$$= 1{,}34 \times 10^{-11}\ \text{F} = 13{,}4\ \text{pF}. \qquad \text{(Resposta)}$$

Esse valor é maior que a capacitância original de 8,21 pF.

REVISÃO E RESUMO

Capacitor; Capacitância Um **capacitor** é formado por dois condutores isolados (as *placas*) com cargas $+q$ e $-q$. A capacitância de um capacitor é definida através da equação

$$q = CV, \qquad (25\text{-}1)$$

onde V é a diferença de potencial entre as placas. A unidade de capacitância do SI é o farad (1 farad = 1 F = 1 coulomb por volt).

Cálculo da Capacitância Podemos calcular a capacitância de um capacitor (1) supondo que uma carga q foi colocada nas placas, (2) calculando o campo elétrico $\vec{E}$ produzido por essa carga, (3) calculando a diferença de potencial V entre as placas e (4) calculando o valor de C com o auxílio da Eq. 25-1. Seguem alguns resultados particulares.

A capacitância de um *capacitor de placas paralelas* de área A separadas por uma distância d é dada por

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}. \qquad (25\text{-}9)$$

A capacitância de um *capacitor cilíndrico* formado por dois cilindros longos coaxiais de comprimento L e raios a e b é dada por

$$C = 2\pi\varepsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)}. \qquad (25\text{-}14)$$

A capacitância de um *capacitor esférico* formado por duas cascas esféricas concêntricas de raios a e b é dada por

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b - a}. \qquad (25\text{-}17)$$

Fazendo $b \to \infty$ e $a = R$ na Eq. 25-17 obtemos a capacitância de uma *esfera isolada* de raio R:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R. \qquad (25\text{-}18)$$

Capacitores em Paralelo e em Série As **capacitâncias equivalentes** C_{eq} de combinações de capacitores ligados em **paralelo** ou em **série** podem ser calculadas usando as expressões

$$C_{eq} = \sum_{j=1}^{n} C_j \qquad (n \text{ capacitores em paralelo}) \qquad (25\text{-}19)$$

e

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{C_j} \qquad (n \text{ capacitores em série}). \qquad (25\text{-}20)$$

As capacitâncias equivalentes podem ser usadas para calcular as capacitâncias de combinações mais complicadas de capacitores em série e em paralelo.

Energia Potencial e Densidade de Energia A **energia potencial elétrica** U de um capacitor carregado,

$$U = \frac{q^2}{2C} = \tfrac{1}{2}CV^2, \qquad (25\text{-}21, 25\text{-}22)$$

é igual ao trabalho necessário para carregar o capacitor. Essa energia pode ser associada ao campo elétrico $\vec{E}$ criado pelo capacitor no espaço entre as placas. Por extensão, podemos associar qualquer campo elétrico a uma energia armazenada. No vácuo, a **densidade de energia** u, ou energia potencial por unidade de volume, associada a um campo elétrico de módulo E é dada por

$$u = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2. \qquad (25\text{-}25)$$

Capacitância com um Dielétrico Se o espaço entre as placas de um capacitor é totalmente preenchido por um ma-

terial dielétrico, a capacitância C é multiplicada por um fator κ, conhecido como **constante dielétrica**, que varia de material para material. Em uma região totalmente preenchida por um material dielétrico de constante dielétrica κ a permissividade do vácuo ε_0 deve ser substituída por $\kappa\varepsilon_0$ em todas as equações.

Os efeitos da presença de um dielétrico podem ser explicados em termos da ação de um campo elétrico sobre os dipolos elétricos permanentes ou induzidos no dielétrico. O resultado é a formação de cargas induzidas nas superfícies do dielétrico. Essas cargas tornam o campo no interior do dielétrico menor que o campo que seria produzido na mesma região pelas cargas livres das placas do capacitor se o dielétrico não estivesse presente.

Lei de Gauss com um Dielétrico Na presença de um dielétrico a lei de Gauss assume a seguinte forma:

$$\varepsilon_0 \oint \kappa \vec{E} \cdot d\vec{A} = q, \qquad (25\text{-}36)$$

onde q é a carga livre. O efeito das cargas induzidas no dielétrico é levado em conta através da inclusão na integral da constante dielétrica κ.

PERGUNTAS

1 A Fig. 25-19 mostra os gráficos da carga em função da diferença de potencial para três capacitores de placas paralelas cujos parâmetros são dados na tabela. Associe os gráficos aos capacitores.

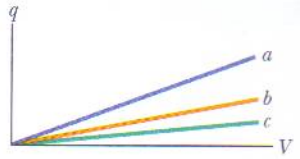


FIG. 25-19 Pergunta 1.

Capacitor	Área	Distância
1	A	d
2	$2A$	d
3	A	$2d$

2 A Fig. 25-20 mostra uma chave aberta, uma bateria que produz uma diferença de potencial V, um medidor de corrente A e três capacitores iguais descarregados de capacitância C. Depois que a chave é fechada e o circuito atinge o equilíbrio, (a) qual é a diferença de potencial entre as placas de cada capacitor? (b) Qual é a carga na placa da esquerda de cada capacitor? (c) Qual é a carga total que passa pelo medidor durante o processo?

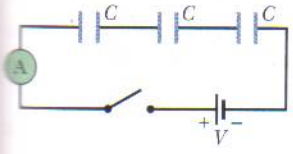


FIG. 25-20 Pergunta 2.

3 Para cada circuito da Fig. 25-21, determine se os capacitores estão ligados em série, em paralelo ou nem em série nem em paralelo.

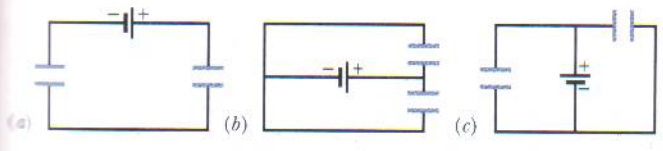


FIG. 25-21 Pergunta 3.

4 Qual é a capacitância equivalente C_{eq} de três capacitores, todos de capacitância C, se os capacitores são ligados a uma bateria (a) em série; (b) em paralelo? (c) Em qual dos dois arranjos a carga total armazenada nos capacitores é maior?

5 (a) Na Fig. 25-22*a* os capacitores 1 e 3 estão ligados em série? (b) Na mesma figura, os capacitores 1 e 2 estão ligados em paralelo? (c) Coloque os circuitos da Fig. 25-22 na ordem de suas capacitâncias equivalentes, começando pela maior.

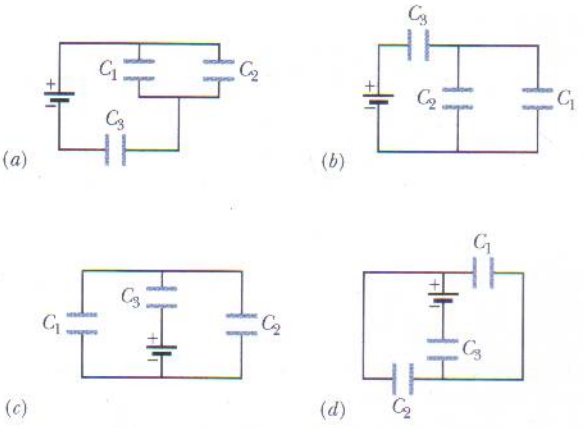


FIG. 25-22 Pergunta 5.

6 A Fig. 25-23 mostra três circuitos formados por uma chave e dois capacitores inicialmente carregados da forma indicada na figura (com a placa superior positiva). Depois que as chaves são fechadas, em que circuito(s) a carga do capacitor da esquerda (a) aumenta; (b) diminui; (c) permanece constante?

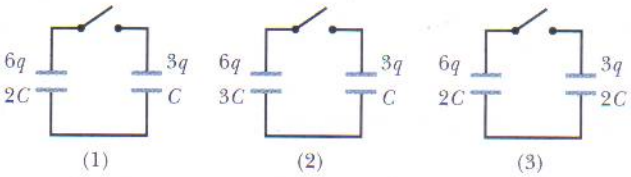


FIG. 25-23 Pergunta 6.

7 Inicialmente, uma capacitância C_1 está ligada a uma bateria. Em seguida a capacitância C_2 é ligada em paralelo com C_1. (a) A diferença de potencial entre as placas de C_1 aumenta, diminui ou permanece a mesma? (b) A carga armazenada em C_1 aumenta,

diminui ou permanece a mesma? (c) A capacitância equivalente de C_1 e C_2, C_{12}, é maior, menor ou igual a C_1? (d) A soma das cargas armazenadas em C_1 e C_2 é maior, menor ou igual à carga armazenada originalmente em C_1?

8 Repita a Pergunta 7 para o caso em que a capacitância C_2 é ligada em série com C_1.

9 As capacitâncias C_1 e C_2, com $C_1 > C_2$, são ligadas a uma bateria, primeiro separadamente, depois em série e depois em paralelo. Coloque os arranjos na ordem da carga armazenada, começando pela maior.

10 Uma placa de material dielétrico é introduzida entre as placas de um dos dois capacitores iguais da Fig. 25-24. Determine se cada uma das propriedades do capacitor mencionadas a seguir aumenta, diminui ou permanece constante: (a) a capacitância; (b) a carga; (c) a diferença de potencial entre as placas; (d) a energia potencial. (e) Responda às mesmas perguntas para o outro capacitor.

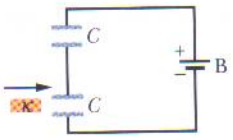


FIG. 25-24 Pergunta 10.

11 Um capacitor de placas paralelas é ligado a uma bateria que produz uma diferença de potencial V. Se a distância entre as placas diminui, determine se cada uma das grandezas mencionadas a seguir aumenta, diminui ou permanece constante: (a) a capacitância do capacitor; (b) a diferença de potencial entre as placas do capacitor; (c) a carga do capacitor; (d) a energia armazenada pelo capacitor; (e) o módulo do campo elétrico na região entre as placas; (f) a densidade de energia do campo elétrico.

PROBLEMAS

• – ••• O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física*, de Jearl Walker, Rio de Janeiro: LTC, 2008.

seção 25-2 Capacitância

•1 Os dois objetos de metal da Fig. 25-25 possuem cargas de +70 pC e −70 pC, que resultam em uma diferença de potencial de 20 V entre eles. (a) Qual é a capacitância do sistema? (b) Se as cargas mudam para +200 pC e −200 pC, qual é o novo valor da capacitância? (c) Qual é o novo valor da diferença de potencial?

FIG. 25-25 Problema 1.

•2 O capacitor da Fig. 25-26 possui uma capacitância de 25 μF e está inicialmente descarregado. A bateria produz uma diferença de potencial de 120 V. Quando a chave S é fechada, qual é a carga total que passa por ela?

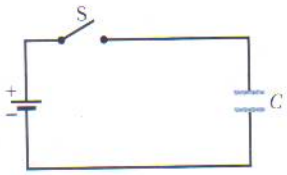


FIG. 25-26 Problema 2.

seção 25-3 Cálculo da Capacitância

•3 Se um capacitor de placas paralelas inicialmente descarregado, de capacitância C, é ligado a uma bateria, uma das placas, de área A, se torna negativa quando muitos elétrons migram para sua superfície. Na Fig. 25-27 a profundidade d até a qual os elétrons migram para a superfície em um certo capacitor está plotada em função da tensão V da bateria. A escala vertical é definida por $d_s = 1{,}00$ pm e a escala horizontal por $V_s = 20{,}0$ V. Quanto vale a razão C/A?

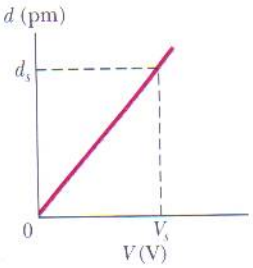


FIG. 25-27 Problema 3.

•4 Pretende-se usar duas placas de metal com 1,00 m^2 de área para construir um capacitor de placas paralelas. (a) Qual deve ser a distância entre as placas para que a capacitância do dispositivo seja 1,00 F? (b) O dispositivo é fisicamente viável?

•5 Um capacitor de placas paralelas possui placas circulares com um raio de 8,20 cm, separadas por uma distância de 1,30 mm. (a) Calcule a capacitância. (b) Qual é a carga das placas se uma diferença de potencial de 120 V é aplicada ao capacitor?

•6 As placas de um capacitor esférico têm 38,0 mm e 40,0 mm de raio. (a) Calcule a capacitância. (b) Qual é a área das placas de um capacitor de placas paralelas com a mesma capacitância e a mesma distância entre as placas?

•7 Qual é a capacitância de uma gota formada pela fusão de duas gotas esféricas de mercúrio com 2,00 mm de raio?

seção 25-4 Capacitores em Paralelo e em Série

•8 Determine a capacitância equivalente do circuito da Fig. 25-28 para $C_1 = 10{,}0\ \mu$F, $C_2 = 5{,}00\ \mu$F e $C_3 = 4{,}00\ \mu$F.

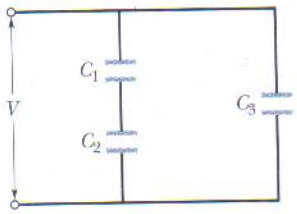


FIG. 25-28 Problemas 8 e 36.

•9 Determine a capacitância equivalente do circuito da Fig. 25-29 para $C_1 = 10{,}0\ \mu F$, $C_2 = 5{,}00\ \mu F$ e $C_3 = 4{,}00\ \mu F$.

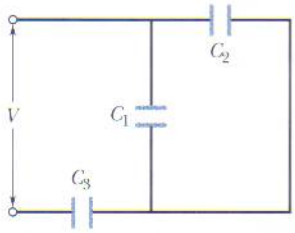


FIG. 25-29 Problemas 9, 13 e 34.

•10 Quantos capacitores de 1,00 μF devem ser ligados em paralelo para armazenar uma carga de 1,00 C com uma diferença de potencial de 110 V entre as placas dos capacitores?

•11 Os três capacitores da Fig. 25-30 estão inicialmente descarregados e têm uma capacitância de 25,0 μF. Uma diferença de potencial $V = 4200$ V entre as placas dos capacitores é estabelecida quando a chave é fechada. Qual é a carga total que atravessa o medidor A?

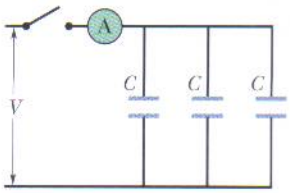


FIG. 25-30 Problema 11.

••12 Na Fig. 25-31 a bateria tem uma diferença de potencial $V = 10{,}0$ V e os cinco capacitores têm uma capacitância de 10,0 μF. Determine a carga (a) do capacitor 1; (b) do capacitor 2.

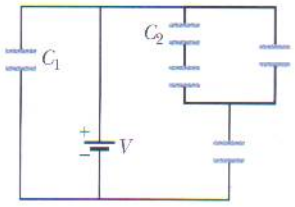


FIG. 25-31 Problema 12.

••13 Na Fig. 25-29, uma diferença de potencial $V = 100{,}0$ V é aplicada ao circuito, e os valores das capacitâncias são $C_1 = 10{,}0$ μF, $C_2 = 5{,}00\ \mu F$ e $C_3 = 4{,}00\ \mu F$. Se o capacitor 3 sofre uma ruptura dielétrica e passa a se comportar como um condutor, determine (a) o aumento da carga do capacitor 1; (b) o aumento da diferença de potencial entre as placas do capacitor 1.

••14 Dois capacitores de placas paralelas, ambos com uma capacitância de 6,0 μF, são ligados em paralelo a uma bateria de 10 V. Em seguida, a distância entre as placas de um dos capacitores é reduzida à metade. Quando essa modificação acontece, (a) qual é a carga adicional transferida aos capacitores pela bateria? (b) Qual é o aumento da carga total armazenada pelos capacitores?

••15 Um capacitor de 100 pF é carregado com uma diferença de potencial de 50 V e a bateria usada para carregar o capacitor é desligada. Em seguida, o capacitor é ligado em paralelo com um segundo capacitor, inicialmente descarregado. Se a diferença de potencial entre as placas do primeiro capacitor cai para 35 V, qual é a capacitância do segundo capacitor?

••16 A Fig. 25-32 mostra quatro capacitores, cujo dielétrico é o ar, ligados em um circuito que faz parte de um circuito maior. O gráfico abaixo do circuito mostra o potencial elétrico $V(x)$ em função da posição x no ramo inferior do circuito, passando pelo capacitor 4. O gráfico acima do circuito mostra o potencial elétrico $V(x)$ em função da posição x no ramo superior do circuito, passando pelos capacitores 1, 2 e 3. O capacitor 3 tem uma capacitância de 0,80 μF. Determine a capacitância (a) do capacitor 1; (b) do capacitor 2.

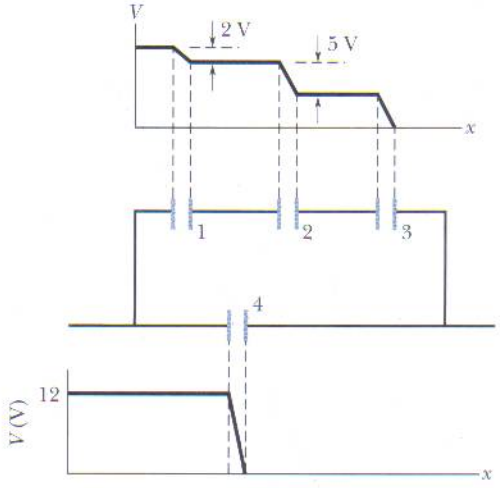


FIG. 25-32 Problema 16.

••17 Na Fig. 25-33 uma bateria de 20,0 V é ligada a um circuito constituído por capacitores de capacitâncias $C_1 = C_6 = 3{,}00\ \mu F$ e $C_3 = C_5 = 2{,}00C_2 = 2{,}00C_4 = 4{,}00\ \mu F$. Determine (a) a capacitância equivalente C_{eq} do circuito; (b) a carga armazenada por C_{eq}; (c) V_1 e (d) q_1 do capacitor 1; (e) V_2 e (f) q_2 do capacitor 2; (g) V_3 e (h) q_3 do capacitor 3.

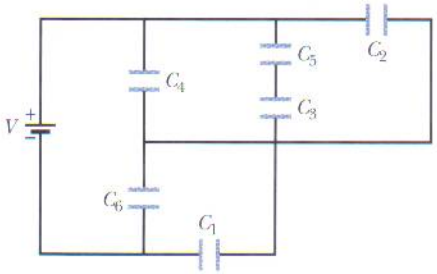


FIG. 25-33 Problema 17.

••18 O gráfico 1 da Fig. 25-34*a* mostra a carga q armazenada no capacitor 1 em função da diferença de potencial V entre as placas. A escala vertical é definida por $q_s = 16{,}0\ \mu C$ e a escala horizontal é definida por $V_s = 2{,}0$ V. Os gráficos 2 e 3 são gráficos do mesmo tipo para os capacitores 2 e 3, respectivamente. A Fig. 25-34*b* mostra um circuito com esses três capacitores e uma bateria de 6,0 V. Determine a carga do capacitor 2.

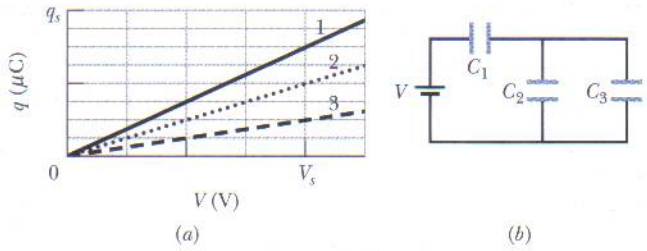


FIG. 25-34 Problema 18.

••19 Na Fig. 25-35, as capacitâncias são $C_1 = 1{,}0\ \mu F$ e $C_2 = 3{,}0\ \mu F$, e os dois capacitores são carregados com diferenças de potencial $V = 100$ V de polaridades opostas. Em seguida, as chaves S_1 e S_2 são fechadas. (a) Qual é a nova diferença de potencial entre os pontos a e b? (b) Qual é a nova carga do capacitor 1? (c) Qual é a nova carga do capacitor 2?

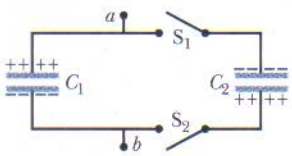


FIG. 25-35 Problema 19.

••20 Na Fig. 25-36, $V = 10$ V, $C_1 = 10\ \mu F$ e $C_2 = C_3 = 20\ \mu F$. A chave S é acionada para a esquerda e permanece nessa posição até o capacitor 1 atingir o equilíbrio; em seguida, a chave é acionada para a direita. Quando o equilíbrio é novamente atingido, qual é a carga do capacitor 1?

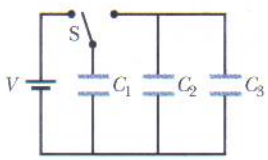


FIG. 25-36 Problema 20.

••21 Na Fig. 25-37, dois capacitores de placas paralelas (com ar entre as placas) são ligados a uma bateria. A área das placas do capacitor 1 é 1,5 cm^2, e o campo elétrico entre as placas é 2000 V/m. A área das placas do capacitor 2 é 0,70 cm^2 e o campo elétrico entre as placas é 1500 V/m. Qual é a carga total dos dois capacitores?

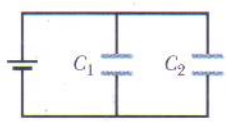


FIG. 25-37 Problema 21.

••22 A Fig. 25-38 mostra dois capacitores cilíndricos cujo dielétrico é o ar, ligados em série a uma bateria com um potencial $V = 10$ V. O capacitor 1 possui um raio interno de 5,0 mm, um raio externo de 1,5 cm e um comprimento de 5,0 cm. O capacitor 2 possui um raio interno de 2,5 mm, um raio externo de 1,0 cm e um comprimento de 9,0 cm. A placa externa do capacitor 2 é uma membrana orgânica condutora que pode ser esticada, e o capacitor pode ser inflado para aumentar a distância entre as placas. Se o raio da placa externa é aumentado para 2,5 cm, (a) quantos elétrons passam pelo ponto P? (b) Os elétrons se movem na direção da bateria ou na direção do capacitor 2?

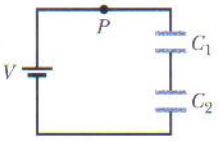


FIG. 25-38 Problema 22.

••23 Na Fig. 25-39, $V = 9{,}0$ V, $C_2 = 3{,}0\ \mu F$, $C_4 = 4{,}0\ \mu F$ e todos os capacitores estão inicialmente descarregados. Quando a chave S é fechada uma carga total de 12 μC passa pelo ponto a e uma carga total de 8,0 μC passa pelo ponto b. (a) Qual é o valor de C_1? (b) Qual é o valor de C_3?

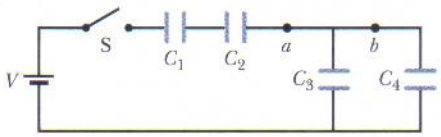


FIG. 25-39 Problema 23.

••24 A Fig. 25-40 mostra um capacitor variável com "dielétrico de ar" do tipo usado para sintonizar manualmente receptores de rádio. O capacitor é formado por dois conjuntos de placas intercaladas, um grupo de placas fixas, todas ligadas entre si, e um grupo de placas móveis, também ligadas entre si. Considere um capacitor com 4 placas de cada tipo de área $A = 1{,}25$ cm^2; a distância entre placas vizinhas é $d = 3{,}40$ mm. Qual é a capacitância máxima do conjunto?

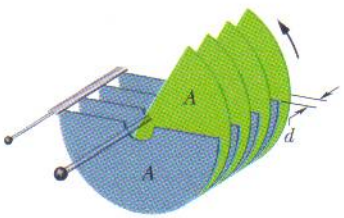


FIG. 25-40 Problema 24.

••25 Os capacitores da Fig. 25-35 estão inicialmente descarregados. As capacitâncias são $C_1 = 4{,}0\ \mu F$, $C_2 = 8{,}0\ \mu F$ e $C_3 = 12\ \mu F$, e a diferença de potencial da bateria é $V = 12$ V. Quando a chave S é fechada, quantos elétrons passam (a) pelo ponto a; (b) pelo ponto b; (c) pelo ponto c; (d) pelo ponto d? Na figura, os elétrons estão se movendo para cima ou para baixo ao passarem (e) pelo ponto b; (f) pelo ponto c?

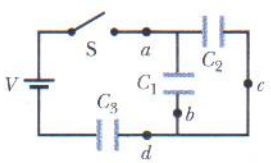


FIG. 25-41 Problema 25.

•••26 A Fig. 25-42 mostra uma bateria de 12,0 V e três capacitores descarregados de capacitâncias $C_1 = 4{,}00\ \mu F$, $C_2 = 6{,}00\ \mu F$ e $C_3 = 3{,}00\ \mu F$. A chave é deslocada para a esquerda até que

o capacitor 1 esteja totalmente carregado. Em seguida, a chave é deslocada para a direita. Determine a carga final (a) do capacitor 1; (b) do capacitor 2; (c) do capacitor 3.

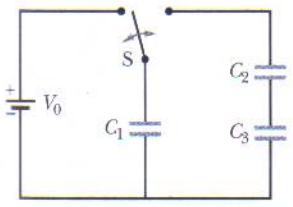


FIG. 25-42 Problema 26.

•••27 A Fig. 25-43 mostra uma bateria de 12,0 V e quatro capacitores descarregados de capacitâncias $C_1 = 1{,}00\ \mu F$, $C_2 = 2{,}00\ \mu F$, $C_3 = 3{,}00\ \mu F$ e $C_4 = 4{,}00\ \mu F$. Se apenas a chave S_1 é fechada, determine a carga (a) do capacitor 1; (b) do capacitor 2; (c) do capacitor 3; (d) do capacitor 4. Se as duas chaves são fechadas, determine a carga (e) do capacitor 1; (f) do capacitor 2; (g) do capacitor 3; (h) do capacitor 4.

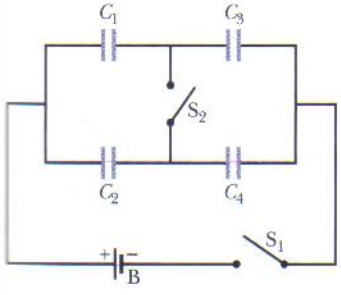


FIG. 25-43 Problema 27.

•••28 O capacitor 3 da Fig. 25-44*a* é um *capacitor variável* (é possível fazer variar a capacitância C_3). A Fig. 25-44b mostra o potencial elétrico V_1 entre as placas do capacitor 1 em função de C_3. A escala horizontal é definida por $C_{3s} = 12{,}0\ \mu F$. O potencial elétrico V_1 tende assintoticamente para 10 V quando $C_3 \to \infty$. Determine (a) o potencial elétrico V da bateria; (b) C_1; (c) C_2.

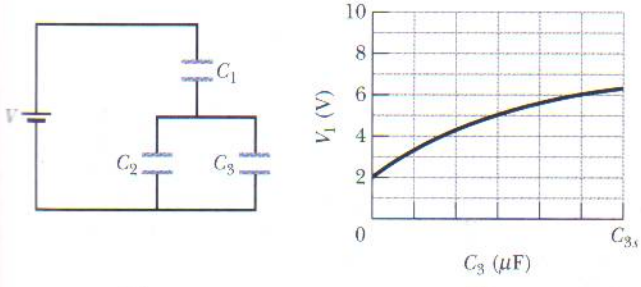


FIG. 25-44 Problema 28.

seção 25-5 Energia Armazenada em um Campo Elétrico

•29 Um capacitor de 2,0 μF e um capacitor de 4,0 μF são ligados em paralelo a uma fonte com uma diferença de potencial de 300 V. Calcule a energia total armazenada nos capacitores.

•30 Um capacitor de placas paralelas cujo dielétrico é o ar é carregado com uma diferença de potencial de 600 V. A área das placas é 40 cm^2 e a distância entre as placas é 1,00 mm. Determine (a) a capacitância, (b) o valor absoluto da carga em uma das placas, (c) a energia armazenada, (d) o campo elétrico na região entre as placas e (e) a densidade de energia na região entre as placas.

•31 Qual é a capacitância necessária para armazenar uma energia de 10 kW · h com uma diferença de potencial de 1000 V?

•32 Qual é a energia armazenada em 1,00 m^3 de ar devido ao campo elétrico em um dia de "tempo bom", que tem um módulo da ordem de 150 V/m?

••33 Considere um elétron estacionário como uma carga pontual e determine a densidade de energia u do campo elétrico criado pela partícula (a) a 1,00 mm de distância; (b) a 1,00 μm de distância; (c) a 1,00 nm de distância; (d) a 1,00 pm de distância. (e) Qual é o limite de u quando a distância tende a zero?

••34 Na Fig. 25-29, uma diferença de potencial $V = 100$ V é aplicada a um circuito de capacitores cujas capacitâncias são $C_1 = 10{,}0\ \mu F$, $C_2 = 5{,}00\ \mu F$ e $C_3 = 15{,}0\ \mu F$. Determine (a) q_3; (b) V_3; (c) a energia armazenada U_3; (d) q_1; (e) V_1; (f) U_1; (g) q_2; (h) V_2; (i) U_2.

••35 Um capacitor de placas paralelas cujas placas têm uma área de 8,50 cm^2 e estão separadas por uma distância de 3,00 mm é carregado por uma bateria de 6,00 V. A bateria é desligada e a distância entre as placas do capacitor é aumentada (sem descarregá-lo) para 8,00 mm. Determine (a) a diferença de potencial entre as placas; (b) a energia armazenada pelo capacitor no estado inicial; (c) a energia armazenada pelo capacitor no estado final; (d) a energia necessária para separar as placas.

••36 Na Fig. 25-28 uma diferença de potencial $V = 100$ V é aplicada a um circuito de capacitores cujas capacitâncias são $C_1 = 10{,}0\ \mu F$, $C_2 = 5{,}00\ \mu F$ e $C_3 = 4{,}00\ \mu F$. Determine (a) q_3; (b) V_3; (c) U_3; (d) q_1; (e) V_1; (f) U_1; (g) q_2; (h) V_2; (i) U_2.

••37 Na Fig. 25-45 $C_1 = 10{,}0\ \mu F$, $C_2 = 20{,}0\ \mu F$ e $C_3 = 25{,}0\ \mu F$. Se nenhum dos capacitores pode suportar uma diferença de potencial de mais de 100 V sem que o dielétrico se rompa, determine (a) a maior diferença de potencial que pode existir entre os pontos A e B; (b) a máxima energia que pode ser armazenada no conjunto de três capacitores.

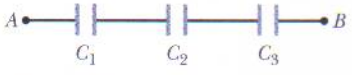


FIG. 25-45 Problema 37.

••38 Como engenheiro de segurança, o leitor precisa emitir um parecer a respeito da prática de armazenar líquidos condutores inflamáveis em recipientes feitos de material não-condutor. A companhia que fornece um certo líquido vem usando um recipiente cilíndrico, feito de plástico, de raio $r = 0{,}20$ m, que está cheio até uma altura $h = 10$ cm, menor que a altura interna do recipiente (Fig. 25-46). A investigação do leitor revela que durante o transporte a superfície externa do recipiente adquire uma densidade de cargas negativas de 2,0 μC/m^2 (aproximadamente uniforme). Como o líquido é um bom condutor de eletricidade, essa carga faz com que as cargas do líquido se separem. (a) Qual é a carga negativa induzida no centro do líquido? (b) Suponha que a capacitância da parte central do líquido em relação à terra seja 35 pF. Qual é a energia potencial associada à carga negativa desse capacitor efetivo? (c) Se ocorrer uma centelha entre a terra e a parte central do líquido (através do respiradouro), a energia potencial pode alimentar a centelha. A energia mínima necessária para inflamar o líquido é 10 mJ. Nessa situação, o líquido pode pegar fogo por causa de uma centelha?

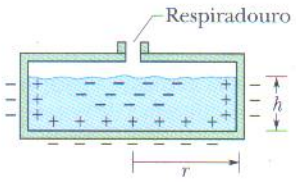


FIG. 25-46 Problema 38.

••39 Uma esfera de metal carregada, com 10 cm de diâmetro, tem uma energia potencial de 8000 V em relação a $V = 0$ no infinito. Calcule a densidade de energia do campo elétrico perto da superfície da esfera.

seção 25-6 Capacitor com um Dielétrico

•40 Um capacitor de placas paralelas cujo dielétrico é o ar tem uma capacitância de 50 pF. (a) Se a área das placas é de 0,35 m^2, qual é a distância entre as placas? (b) Se a região entre as placas é preenchida por um material com $\kappa = 5{,}6$, qual é a nova capacitância?

•41 Dado um capacitor de 7,4 pF cujo dielétrico é o ar, você recebe a missão de convertê-lo em um capacitor capaz de armazenar até 7,4 μJ com uma diferença de potencial máxima de 652 V. Que dielétrico da Tabela 25-1 você usaria para preencher o espaço entre as placas se não fosse permitida nenhuma margem de erro?

•42 Um capacitor de placas paralelas cujo dielétrico é o ar tem uma capacitância de 1,3 pF. A distância entre as placas é multiplicada por dois e o espaço entre as placas é preenchido com cera, o que faz a capacitância aumentar para 2,6 pF. Determine a constante dielétrica da cera.

•43 Um cabo coaxial usado em uma linha de transmissão tem um raio interno de 0,10 mm e um raio externo de 0,60 mm. Calcule a capacitância por metro do cabo, supondo que o espaço entre os condutores seja preenchido com poliestireno.

••44 Na Fig. 25-47, qual é a carga armazenada nos capacitores de placas paralelas se a diferença de potencial da bateria é 12,0 V? O dielétrico de um dos capacitores é o ar; o do outro, uma substância com $\kappa = 3{,}00$. Para os dois capacitores, a área das placas é $5{,}00 \times 10^{-3}$ m^2 e a distância entre as placas é 2,00 mm.

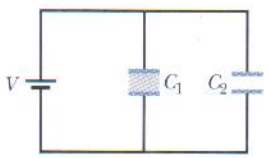


FIG. 25-47 Problema 44.

••45 Uma certa substância tem uma constante dielétrica de 2,8 e uma rigidez dielétrica de 18 MV/m. Se for usada como dielétrico de um capacitor de placas paralelas, qual deverá ser, no mínimo, a área das placas do capacitor para que a capacitância seja $7{,}0 \times 10^{-2}$ μF e o capacitor suporte uma diferença de potencial de 4,0 kV?

••46 Você está interessado em construir um capacitor com uma capacitância de aproximadamente 1 nF e um potencial de ruptura de mais de 10 000 V, e pensa em usar as superfícies laterais de um copo de pirex como dielétrico, revestindo as faces interna e externa com folha de alumínio para fazer as placas. O copo tem 15 cm de altura, um raio interno de 3,6 cm e um raio externo de 3,8 cm. Determine (a) a capacitância e (b) o potencial de ruptura desse capacitor.

••47 Um certo capacitor de placas paralelas contém um dielétrico para o qual $\kappa = 5{,}5$. A área das placas é 0,034 m^2 e a distância entre as placas é 2,0 mm. O capacitor ficará inutilizado se o campo elétrico entre as placas exceder 200 kN/C. Qual é a máxima energia que pode ser armazenada no capacitor?

••48 A Fig. 25-48 mostra um capacitor de placas paralelas com uma área das placas $A = 5{,}56$ cm^2 e uma distância entre as placas $d = 5{,}56$ mm. A metade da esquerda do espaço entre as placas é preenchida por um material de constante dielétrica $\kappa_1 = 7{,}00$; a metade da direita é preenchida por um material de constante dielétrica $\kappa_2 = 12{,}0$. Qual é a capacitância?

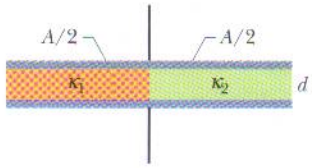


FIG. 25-48 Problema 48.

••49 A Fig. 25-49 mostra um capacitor de placas paralelas com uma área das placas $A = 7{,}89$ cm^2 e uma distância entre as placas $d = 4{,}62$ mm. A metade superior do espaço entre as placas é preenchida por um material de constante dielétrica $\kappa_1 = 11{,}00$; a metade inferior é preenchida por um material de constante dielétrica $\kappa_2 = 12{,}0$. Qual é a capacitância?

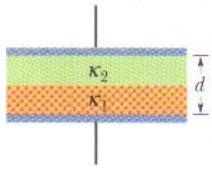


FIG. 25-49 Problema 49.

••50 A Fig. 25-50 mostra um capacitor de placas paralelas com uma área das placas $A = 10{,}5$ cm^2 e uma distância entre as placas $2d = 7{,}12$ mm. O lado esquerdo do espaço entre as placas é preenchido por um material de constante dielétrica $\kappa_1 = 21{,}00$; a metade superior do lado direito é preenchida por um material de constante dielétrica $\kappa_2 = 42{,}0$, e a metade inferior do lado direito é preenchida por um material de constante dielétrica $\kappa_3 = 58{,}0$. Qual é a capacitância?

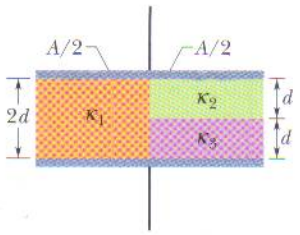


FIG. 25-50 Problema 50.

seção 25-8 Dielétricos e a Lei de Gauss

•51 Um capacitor de placas paralelas tem uma capacitância de 100 pF, uma área das placas de 100 cm² e um dielétrico de mica ($\kappa = 5,4$) que preenche totalmente o espaço entre as placas. Para uma diferença de potencial de 50 V, calcule (a) o módulo E do campo elétrico no interior do dielétrico; (b) o valor absoluto da carga livre nas placas; (c) o valor absoluto da densidade superficial de cargas induzidas no dielétrico.

•52 No Exemplo 25-7, suponha que a bateria permanece ligada enquanto o dielétrico está sendo introduzido. Determine (a) a capacitância; (b) a carga das placas do capacitor; (c) o campo elétrico nos espaços entre as placas do capacitor e o dielétrico; (d) o campo elétrico no interior do dielétrico, depois que o dielétrico é introduzido.

••53 O espaço entre duas cascas esféricas concêntricas de raios $b = 1,70$ cm e $a = 1,20$ cm é preenchido por uma substância de constante dielétrica $\kappa = 23,5$. Uma diferença de potencial $V = 73,0$ V é aplicada entre as duas cascas. Determine (a) a capacitância do dispositivo; (b) a carga livre q da casca interna; (c) a carga q' induzida na superfície do dielétrico mais próxima da casca interna.

••54 Duas placas paralelas de 100 cm² de área recebem cargas de mesmo valor absoluto, $8,9 \times 10^{-7}$ C, e sinais opostos. O campo elétrico no interior do dielétrico que preenche o espaço entre as placas é $1,4 \times 10^{6}$ V/m. (a) Calcule a constante dielétrica do material. (b) Determine o módulo da carga induzida nas superfícies do dielétrico.

••55 Um capacitor de placas paralelas tem uma área das placas de 0,12 m² e uma distância entre as placas de 1,2 cm. Uma bateria é usada para carregar as placas com uma diferença de potencial de 120 V e, em seguida, é removida do circuito. Um dielétrico com 4,0 mm de espessura e constante dielétrica 4,8 é introduzido simetricamente entre as placas. (a) Qual é a capacitância antes da introdução do dielétrico? (b) Qual é a capacitância após a introdução do dielétrico? (c) Qual é a carga das placas antes da introdução do dielétrico? (d) Qual é a carga das placas após a introdução do dielétrico? (e) Qual é o módulo do campo elétrico no espaço entre as placas e o dielétrico? (f) Qual é o módulo do campo elétrico no interior do dielétrico? (g) Qual é a diferença de potencial entre as placas após a introdução do dielétrico? (h) Qual é o trabalho necessário para introduzir o dielétrico?

Problemas Adicionais

56 *O mistério do chocolate em pó.* Esta história começa no Problema 56 do Capítulo 23. Como parte da investigação da explosão ocorrida na fábrica de biscoitos, o potencial elétrico dos operários foi medido enquanto esvaziavam sacos de chocolate em pó em uma bandeja, produzindo uma nuvem de pó de chocolate. Cada operário possuía um potencial elétrico de cerca de 7,0 kV em relação à terra, que foi tomada como potencial zero. (a) Supondo que um operário pode ser modelado por um capacitor com uma capacitância efetiva de 200 pF, determine a energia armazenada nesse capacitor. Se uma única centelha entre um operário e um objeto condutor ligado à terra neutralizasse o operário, essa energia seria transferida para a centelha. De acordo com as medidas, para inflamar uma nuvem de pó de chocolate, provocando assim uma explosão, a centelha teria que ter uma energia de pelo menos 150 mJ. (b) Uma centelha produzida por um operário poderia provocar uma explosão enquanto o chocolate em pó estava sendo descarregado na bandeja? (A história continua no Problema 48 do Capítulo 26.)

57 A Fig. 25-51 mostra o capacitor 1 ($C_1 = 8,00\ \mu$F), o capacitor 2 ($C_2 = 6,00\ \mu$F) e o capacitor 3 ($C_3 = 8,00\ \mu$F) ligados a uma bateria de 12,0 V. Quando a chave S é fechada, ligando ao circuito o capacitor 4 ($C_4 = 6,00\ \mu$F), inicialmente descarregado, determine (a) o valor da carga que passa pelo ponto P, proveniente da bateria; (b) o valor da carga armazenada no capacitor 4; (c) Explique por que os resultados dos itens (a) e (b) não são iguais.

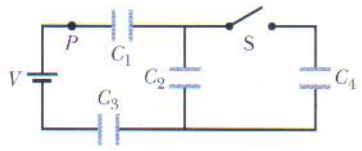


FIG. 25-51 Problema 57.

58 Dois capacitores de placas paralelas cujo dielétrico é o ar são ligados a uma bateria de 10 V, primeiro separadamente, depois em série e, finalmente, em paralelo. Nesses arranjos, a energia armazenada nos capacitores é, em ordem crescente, 75 μJ, 100 μJ, 300 μJ e 400 μJ. (a) Qual é o valor do menor capacitor? (b) Qual é o valor do maior capacitor?

59 Dois capacitores de placas paralelas, ambos com uma capacitância de 6,0 μF, são ligados em série a uma bateria de 10 V; em seguida, a distância entre as placas de um dos capacitores é reduzida à metade. (a) Qual é o valor da carga adicional transferida para os capacitores pela bateria em conseqüência da mudança? (b) Qual é o aumento da carga *total* armazenada nos capacitores (a soma da carga armazenada na placa positiva de um dos capacitores com a carga armazenada na placa positiva do outro capacitor)?

60 Na Fig. 25-52 $V = 12$ V, $C_1 = C_5 = C_6 = 6,0\ \mu$F e $C_2 = C_3 = C_4 = 4,0\ \mu$F. Determine (a) a carga total armazenada nos capacitores; (b) a carga do capacitor 4.

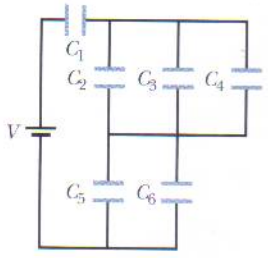


FIG. 25-52 Problema 60.

61 Na Fig. 25-53 $V = 9,0$ V, $C_1 = C_2 = 30\ \mu$F e $C_3 = C_4 = 15\ \mu$F. Qual é a carga do capacitor C_4?

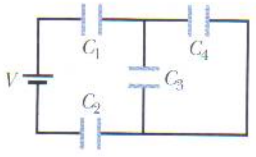


FIG. 25-53 Problema 61.

62 Na Fig. 25-54 a diferença de potencial V da bateria é 10,0 V e os sete capacitores têm uma capacitância de 10,0 μF. Determine (a) a carga do capacitor 1; (b) a carga do capacitor 2.

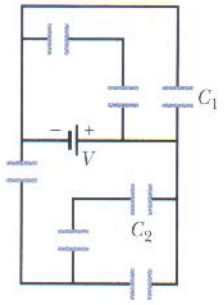


FIG. 25-54 Problema 62.

63 Na Fig. 25-55 $V = 12$ V, $C_1 = C_4 = 2{,}0\ \mu$F, $C_2 = 4{,}0\ \mu$F e $C_3 = 1{,}0\ \mu$F. Qual é a carga do capacitor C_4?

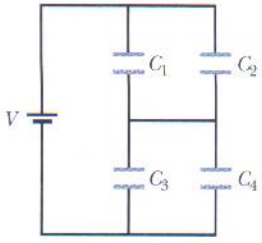


FIG. 25-55 Problema 63.

64 As capacitâncias dos quatro capacitores da Fig. 25-56 são expressas em termos de uma constante C. (a) Se $C = 50\ \mu$F, qual é a capacitância equivalente entre os pontos A e B? (*Sugestão:* Imagine primeiro que uma bateria foi ligada entre os dois pontos; em seguida, reduza o circuito a uma capacitância equivalente.) (b) Responda à mesma pergunta do item (a) para os pontos A e D.

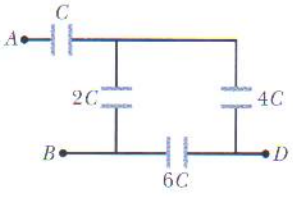


FIG. 25-56 Problema 64.

65 Um capacitor de capacitância $C_1 = 6{,}00\ \mu$F é ligado em série com um capacitor de capacitância $C_2 = 4{,}00\ \mu$F, e uma diferença de potencial de 200 V é aplicada ao par de capacitores. (a) Calcule a capacitância equivalente. Determine (b) a carga q_1; (c) a diferença de potencial V_1; (d) q_2; (e) V_2.

66 Repita o Problema 65 para os mesmos dois capacitores, supondo que estão ligados em paralelo.

67 Um capacitor de capacitância desconhecida C é carregado com 100 V e ligado a um capacitor de 60 μF inicialmente descarregado. Se a diferença de potencial final entre os terminais do capacitor de 60 μF é 40 V, qual é o valor de C?

68 Os raios de um capacitor cilíndrico como o da Fig. 25-6 são a e b. Mostre que metade da energia potencial elétrica armazenada está no interior de um cilindro de raio $r = \sqrt{ab}$.

69 Na Fig. 25-57 dois capacitores de placas paralelas A e B são ligados em paralelo a uma bateria de 600 V. A área das placas dos capacitores é de 80,0 cm^2 e a distância entre as placas é de 3,00 mm. O dielétrico do capacitor A é o ar; o do capacitor B é um material de constante dielétrica $\kappa = 2{,}60$. Determine o módulo do campo elétrico (a) no espaço entre as placas do capacitor B; (b) no espaço entre as placas do capacitor A. Determine a densidade de cargas livres σ (c) na placa de maior potencial do capacitor A; (d) na placa de maior potencial do capacitor B. (e) Determine a densidade de cargas induzidas σ' na superfície superior do dielétrico do capacitor B.

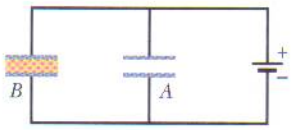


FIG. 25-57 Problema 69.

70 Uma diferença de potencial de 300 V é aplicada à combinação em série de dois capacitores de capacitâncias $C_1 = 2{,}00\ \mu$F e $C_2 = 8{,}00\ \mu$F. Determine (a) a carga q_1; (b) a diferença de potencial V_1; (c) q_2; (d) V_2. Os capacitores carregados são desligados um do outro e da bateria; em seguida, a ligação entre os capacitores é refeita, mas com as placas com cargas de *mesmo* sinal ligadas entre si (a bateria não é mais usada). Determine os novos valores de (e) q_1; (f) V_1; (g) q_2; (h) V_2. Suponha que os capacitores carregados no item (a) tenham sido ligados com cargas de sinais *opostos* ligadas entre si. Determine quais são, nesse caso, os valores de (i) q_1; (j) V_1; (k) q_2; (l) V_2.

71 Um certo capacitor é carregado com uma diferença de potencial V. Qual deve ser o aumento percentual de V para que a energia armazenada aumente de 10%?

72 O leitor dispõe de duas placas de cobre, uma folha de mica (espessura = 0,10 mm, $\kappa = 5{,}4$), um pedaço de vidro (espessura = 2,0 mm, $\kappa = 7{,}0$) e um bloco de parafina (espessura = 1,0 cm, $\kappa = 2{,}0$). Para fabricar um capacitor de placas paralelas com o maior valor possível de C, que material deve ser colocado entre as placas de cobre?

73 Na Fig. 25-58 as placas do capacitor de placas paralelas têm uma área de $2{,}00 \times 10^{-2}$ m^2, e o espaço entre as placas é preenchido por dois blocos de material isolante com 2,00 mm de espessura cada um. A constante dielétrica de um dos materiais é 3,00 e a do outro é 4,00. Qual é a carga armazenada no capacitor por uma bateria de 7,00 V?

FIG. 25-58 Problema 73.

74 Um bloco de cobre com espessura $b = 2{,}00$ mm é colocado entre as placas de um capacitor de placas paralelas. A área das placas é $A = 2{,}40$ cm^2 e a distância entre elas é $d = 5{,}00$ mm. Como mostra a Fig. 25-59, o bloco é colocado exatamente no centro do espaço entre as placas. (a) Qual é a capacitância após

a introdução do bloco? (b) Se uma carga $q = 3{,}40\ \mu C$ é mantida nas placas, qual é a razão entre as energias armazenadas antes e depois da introdução do bloco? (c) Qual é o trabalho executado quando o bloco é introduzido? (d) O bloco é atraído ou repelido pelo espaço entre as placas?

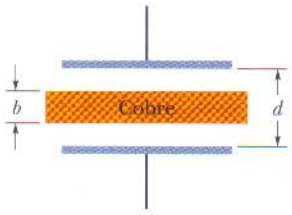


FIG. 25-59 Problemas 74 e 75.

75 Repita o Problema 74 supondo que, em vez de a carga ser mantida constante, uma diferença de potencial entre as placas $V = 85{,}0$ V é que é mantida constante.

76 O leitor dispõe de um suprimento ilimitado de capacitores de 2,0 μF, que suportam uma tensão de 200 V. De que forma esses capacitores podem ser usados para montar um circuito com uma capacitância equivalente (a) de 0,40 μF e (b) de 1,2 μF? Suponha que em ambos os casos o circuito tem que suportar uma tensão de 1000 V.

77 A Fig. 25-60 mostra um circuito com quatro capacitores que está ligado a um circuito maior através dos pontos A e B. As capacitâncias são $C_1 = 10\ \mu F$ e $C_2 = C_3 = C_4 = 20\ \mu F$. A carga do capacitor 1 é 30 μC. Qual é o valor absoluto da diferença de potencial $V_A - V_B$?

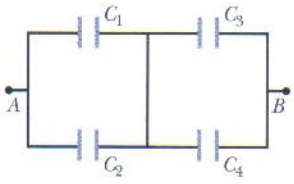


FIG. 25-60 Problema 77.

78 Uma bateria de 10 V é ligada a n capacitores em série, cada um com uma capacitância de 2,0 μF. Se a energia total armazenada nos capacitores é 25 μJ, qual é o valor de n?