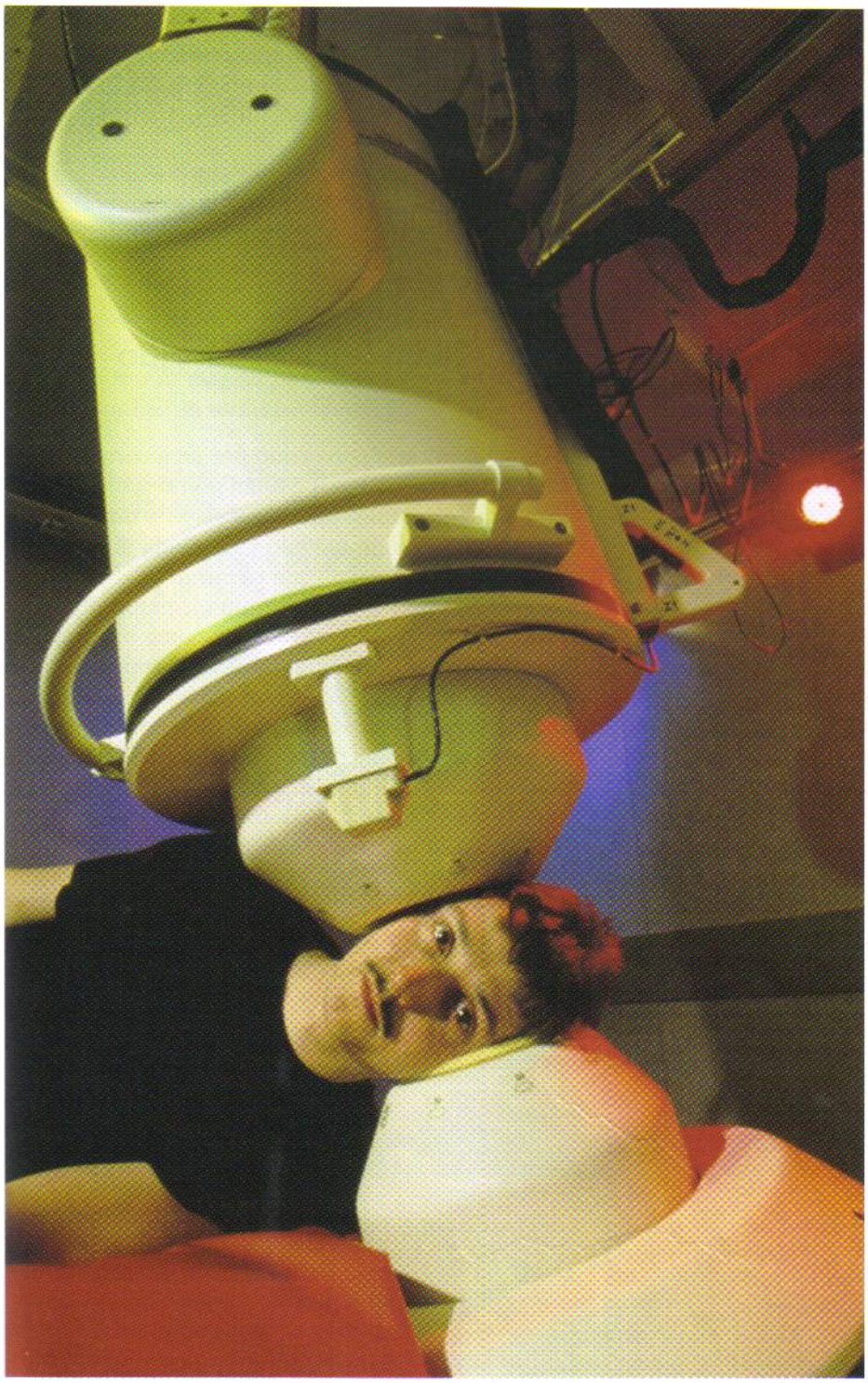
Campos Magnéticos Produzidos por Correntes

29



Jurgen Scriba/Photo Researchers

Enquanto você lê esta frase uma certa região do cérebro é ativada. Quando aprecia o perfume de uma rosa ou segura um lápis outras regiões se tornam ativas. Uma das melhores formas de descobrir quais são as regiões ativadas é detectar o campo magnético produzido pela ativação. O aparelho mostrado na fotografia pode detectar o campo magnético produzido pelo cérebro de uma pessoa, o que permite estabelecer uma correlação entre as regiões ativas do cérebro e o que a pessoa está fazendo no momento. Entretanto, o cérebro não contém substâncias magnéticas.

Nesse caso, por que a ativação do cérebro produz um campo magnético?

A resposta está neste capítulo.

29-1 O QUE É FÍSICA?

Uma observação básica da física é a de que as partículas carregadas em movimento produzem campos magnéticos. Isso significa que uma corrente elétrica também produz um campo magnético. Esse aspecto do *eletromagnetismo*, que é o estudo combinado dos efeitos elétricos e magnéticos, foi uma surpresa para os cientistas na época em que foi descoberto. Surpresa ou não, ele se tornou extremamente importante para a vida cotidiana, já que constitui a base para um número imenso de dispositivos eletromagnéticos. Assim, por exemplo, os campos magnéticos produzidos por correntes elétricas estão presentes em todos os aparelhos que gravam e lêem informações em forma magnética, como os discos rígidos dos computadores. Esses campos também estão presentes em trens levitados magneticamente e outras máquinas usadas para levantar grandes pesos.

Nosso primeiro passo neste capítulo será determinar o campo magnético produzido pela corrente em um pequeno elemento de um fio percorrido por corrente. Em seguida, vamos calcular o campo magnético total produzido por fios de diferentes formas.

29-2 | Cálculo do Campo Magnético Produzido por uma Corrente

A Fig. 29-1 mostra um fio de forma arbitrária percorrido por uma corrente i. Estamos interessados em calcular o campo magnético $\vec{B}$ em um ponto próximo P. Para isso, dividimos mentalmente o fio em elementos infinitesimais ds e definimos para cada elemento um vetor comprimento $d\vec{s}$ cujo módulo é ds e cuja direção é a direção da corrente no elemento ds. Podemos definir um *elemento de corrente* como $i\,d\vec{s}$ e calcular o campo $d\vec{B}$ produzido no ponto P por um elemento de corrente típico. Os experimentos mostram que os campos magnéticos, como os campos elétricos, podem ser somados para determinar o campo total. Assim, podemos calcular o campo total $\vec{B}$ no ponto P somando, por integração, as contribuições $d\vec{B}$ de todos os elementos de corrente. Entretanto, esse processo é um pouco mais complicado do que no caso do campo elétrico por causa de uma diferença: enquanto o elemento de carga dq que produz o campo elétrico é uma grandeza escalar, o elemento de corrente $i\,d\vec{s}$ responsável pelo campo magnético é o produto de uma grandeza escalar por uma grandeza vetorial e, portanto, é uma grandeza vetorial.

O módulo do campo $d\vec{B}$ produzido no ponto P por um elemento de corrente $i\,d\vec{s}$ é dado por

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds\,\operatorname{sen}\theta}{r^2}, \tag{29-1}$$

onde θ é o ângulo entre as direções de $d\vec{s}$ e $\hat{r}$, o vetor que liga ds a P, e μ_0 é uma constante, conhecida como *permeabilidade do vácuo*, cujo valor, por definição, é dado por

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m/A} \approx 1{,}26 \times 10^{-6}\ \mathrm{T\cdot m/A}. \tag{29-2}$$

A direção de $d\vec{B}$, que é para dentro do papel na Fig. 29-1, é a do produto vetorial $d\vec{s} \times \hat{r}$. Podemos, portanto, escrever a Eq. 29-1, em forma vetorial, como

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \quad \text{(lei de Biot-Savart)}. \tag{29-3}$$

Esta equação vetorial e sua forma escalar, Eq. 29-1, são conhecidas como **lei de Biot-Savart**. A lei, que se baseia em observações experimentais, é do tipo inverso do qua-

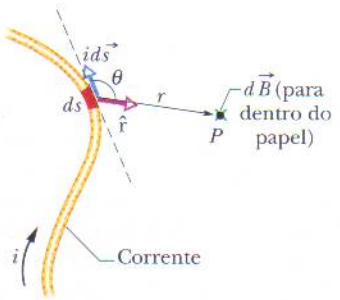


FIG. 29-1 Um elemento de corrente $i\,d\vec{s}$ produz um elemento de campo magnético $d\vec{B}$ no ponto P. O × verde (que representa a extremidade traseira de uma seta) no ponto P indica que o sentido do campo $d\vec{B}$ é *para dentro* do papel.

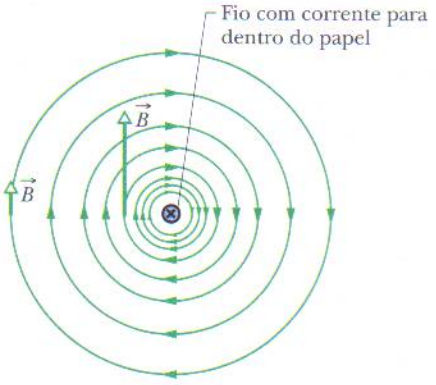


FIG. 29-2 As linhas de campo magnético produzidas por uma corrente em um fio retilíneo longo são círculos concêntricos em torno do fio. Na figura, o sentido da corrente é para dentro do papel, como indica o símbolo ×.

FIG. 29-3 A limalha de ferro que tinha sido espalhada em um pedaço de cartolina forma círculos concêntricos quando uma corrente atravessa o fio central. O alinhamento, que coincide com as linhas de campo magnético, é causado pelo campo magnético produzido pela corrente. *(Cortesia do Education Development Center)*

drado. Vamos usar essa lei para calcular o campo magnético total $\vec{B}$ produzido em um ponto por fios de várias geometrias.

Campo Magnético Produzido pela Corrente em um Fio Retilíneo Longo

Daqui a pouco vamos usar a lei de Biot-Savart para mostrar que o módulo do campo magnético a uma distância perpendicular R de um fio retilíneo longo (infinito) percorrido por uma corrente i é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \quad \text{(fio retilíneo longo).} \tag{29-4}$$

O módulo do campo B na Eq. 29-4 depende apenas da corrente e da distância perpendicular R entre o ponto e o fio. Vamos mostrar que as linhas de campo de $\vec{B}$ formam circunferências concêntricas em torno do fio, como se pode ver no diagrama da Fig. 29-2 e no padrão formado por limalha de ferro na Fig. 29-3. O aumento do espaçamento das linhas com o aumento da distância na Fig. 29-2 reflete o fato de que o módulo de $\vec{B}$, de acordo com a Eq. 29-4, é inversamente proporcional a R. Os comprimentos dos dois vetores $\vec{B}$ que aparecem na figura também mostram essa diminuição de B com a distância.

Existe uma regra da mão direita para determinar a orientação do campo magnético produzido por um elemento de corrente:

Regra da mão direita: Envolva o elemento de corrente com a mão direita, com o polegar estendido apontando no sentido da corrente. Os outros dedos mostram a orientação das linhas de campo magnético produzidas pelo elemento.

O resultado da aplicação da regra da mão direita à corrente no fio retilíneo da Fig. 29-2 é mostrado, em uma vista lateral, na Fig. 29-4*a*. Para determinar a direção do campo magnético $\vec{B}$ produzido por essa corrente em um ponto do espaço envolva mentalmente o fio com a mão direita, com o polegar apontando no sentido da corrente. Faça com que a ponta do dedo indicador coincida com o ponto; a orientação do dedo indicador é a orientação do campo magnético nesse ponto. Na vista em seção reta da Fig. 29-2, $\vec{B}$ em qualquer ponto é *tangente a uma linha de campo magnético*; na vista lateral da Fig. 29-4, $\vec{B}$ é *perpendicular à reta que liga o ponto ao fio*.

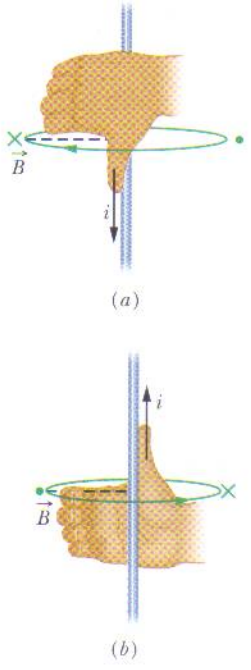


FIG. 29-4 A regra da mão direita mostra a direção do campo magnético produzido pela corrente em um fio. (*a*) Vista lateral do resultado da aplicação da regra da mão direita à corrente no fio retilíneo da Fig. 29-2. O campo magnético $\vec{B}$ em qualquer ponto à esquerda do fio é perpendicular à reta tracejada e aponta para dentro do papel, no sentido das pontas dos dedos, como indica o símbolo ×. (*b*) Quando o sentido da corrente é invertido o campo $\vec{B}$ em qualquer ponto à esquerda do fio continua a ser perpendicular à reta tracejada, mas passa a apontar para fora do papel, como indica o símbolo •.

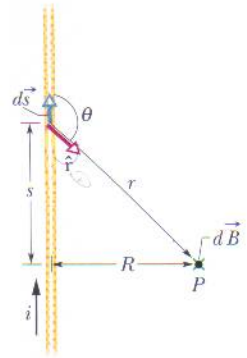


FIG. 29-5 Cálculo do campo magnético produzido por uma corrente i em um fio retilíneo longo. O campo $d\vec{B}$ produzido no ponto P pelo elemento de corrente $i\,d\vec{s}$ aponta para dentro do papel, como indica o símbolo $\times$.

Demonstração da Equação 29-4

A Fig. 29-5, que é semelhante à Fig. 29-1 exceto pelo fato de que agora o fio é retilíneo e de comprimento infinito, ilustra bem o processo. Queremos calcular o campo $\vec{B}$ no ponto P, a uma distância perpendicular R do fio. O módulo do campo elementar produzido no ponto P por um elemento de corrente $i\,d\vec{s}$ situado a uma distância r do ponto P é dado pela Eq. 29-1:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds\,\operatorname{sen}\theta}{r^2}.$$

A orientação de $d\vec{B}$ na Fig. 29-5 é a do vetor $d\vec{s} \times \hat{r}$, ou seja, para dentro do papel.

Observe que $d\vec{B}$ no ponto P tem a mesma orientação para todos os elementos de corrente nos quais o fio pode ser dividido. Assim, podemos calcular o módulo do campo magnético produzido no ponto P pelos elementos de corrente na metade superior de um fio infinitamente longo integrando dB na Eq. 29-1 de 0 a ∞.

Considere agora um elemento de corrente na metade inferior do fio que esteja uma distância tão grande abaixo de P quanto $d\vec{s}$ está acima de P. De acordo com a Eq. 29-3, o campo magnético produzido no ponto P por este elemento de corrente tem o mesmo módulo e a mesma orientação que o campo magnético produzido pelo elemento $i\,d\vec{s}$ da Fig. 29-5. Assim, o campo magnético produzido pela metade inferior do fio é igual ao campo magnético produzido pela metade superior. Para determinar o módulo do campo magnético $\vec{B}$ *total* no ponto P basta, portanto, multiplicar por 2 o resultado da integração, o que nos dá

$$B = 2\int_0^\infty dB = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen}\theta\,ds}{r^2}. \tag{29-5}$$

As variáveis θ, s e r nesta equação não são independentes; como se pode ver na Fig. 29-5, estão relacionadas através das equações

$$r = \sqrt{s^2 + R^2}$$

e

$$\operatorname{sen}\theta = \operatorname{sen}(\pi - \theta) = \frac{R}{\sqrt{s^2 + R^2}}.$$

Fazendo essas substituições e usando a integral 19 do Apêndice E, obtemos:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi}\int_0^\infty \frac{R\,ds}{(s^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\left[\frac{s}{(s^2 + R^2)^{1/2}}\right]_0^\infty = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}, \tag{29-6}$$

que é a equação que queríamos demonstrar. Observe que o campo magnético no ponto P produzido pela metade inferior ou pela metade superior do fio infinito da Fig. 29-5 é metade desse valor, ou seja,

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \quad \text{(fio retilíneo semi-infinito).} \tag{29-7}$$

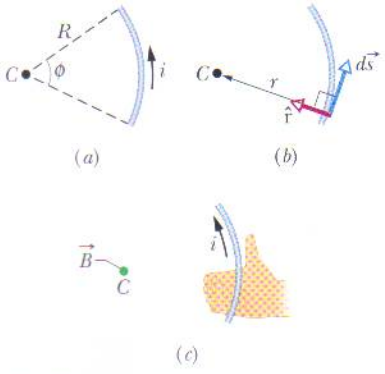


FIG. 29-6 (*a*) Um fio em forma de arco de circunferência com centro no ponto C e percorrido por uma corrente i. (*b*) Para qualquer elemento de comprimento ao longo do arco o ângulo entre as direções $d\vec{s}$ e $\hat{r}$ é 90°. (*c*) Determinação da direção do campo magnético produzido pela corrente no ponto C usando a regra da mão direita; o campo aponta para fora do papel, no sentido das pontas dos dedos, como indica o símbolo •.

Campo Magnético Produzido por uma Corrente em um Fio em Forma de Arco de Circunferência

Para determinar o campo magnético produzido em um ponto por uma corrente em um fio curvo usamos mais uma vez a Eq. 29-1 para calcular o módulo do campo produzido por um elemento de corrente e integramos o resultado para obter o campo total produzido por todos os elementos de corrente. Essa integração pode ser difícil, dependendo da forma do fio; é relativamente simples, porém, quando o fio tem a forma de um arco de circunferência e o ponto é o centro de curvatura.

A Fig. 29-6*a* mostra um fio em forma de arco de circunferência de ângulo central ϕ, raio R e centro C, percorrido por uma corrente i. No ponto C cada elemento de corrente $i\,d\vec{s}$ do fio produz um campo magnético de módulo dB dado pela Eq. 29-1. Além disso, como mostra a Fig. 29-6*b*, qualquer que seja a posição do elemento no fio o ângulo θ entre os vetores $d\vec{s}$ e $\hat{r}$ é 90° e $r = R$. Fazendo $\theta = 90°$ e $r = R$ na Eq. 29-1, obtemos:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds\,\text{sen}\,90°}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds}{R^2}. \tag{29-8}$$

Este é o módulo do campo produzido no ponto C por um dos elementos de corrente.

A aplicação da regra da mão direita a um ponto qualquer do fio (como na Fig. 29-6*c*) mostra que todos os elementos de campo $d\vec{B}$ têm a mesma orientação no ponto C: para fora do papel. Podemos usar a identidade $ds = R\,d\phi$ para converter a variável de integração de ds para $d\phi$ e obter, a partir da Eq. 29-8,

$$B = \int dB = \int_0^{\phi} \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{iR\,d\phi}{R^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\int_0^{\phi} d\phi.$$

Integrando, obtemos:

$$B = \frac{\mu_0 i\phi}{4\pi R} \quad \text{(no centro de um arco de circunferência).} \tag{29-9}$$

Observe que essa equação é válida *apenas* para o campo no centro de curvatura do fio. Ao substituir as variáveis da Eq. 29-9 por valores numéricos é preciso não esquecer que o valor de ϕ deve ser expresso em radianos. Assim, por exemplo, para calcular o módulo do campo magnético no centro de uma circunferência completa de fio ϕ deve ser substituído por 2π na Eq. 29-9, o que nos dá

$$B = \frac{\mu_0 i(2\pi)}{4\pi R} = \frac{\mu_0 i}{2R} \quad \text{(no centro de uma circunferência completa).} \tag{29-10}$$

Campo Magnético Produzido pela Atividade Cerebral

Os cientistas têm grande interesse em compreender como o cérebro funciona. Um dos novos métodos para estudar o funcionamento do cérebro é a *magnetencefalografia* (MEG), que consiste em monitorar os campos magnéticos produzidos pelo cérebro enquanto o paciente realiza uma tarefa, como ler uma palavra, por exemplo. A tarefa ativa uma região do cérebro, como a que processa a leitura, fazendo com que pulsos elétricos sejam enviados ao longo de circuitos nervosos. Como acontece com qualquer corrente, esses pulsos produzem campos magnéticos.

Os campos magnéticos detectados pela MEG são provavelmente produzidos por pulsos nas paredes das fissuras (sulcos) existentes na superfície do cérebro (Fig. 29-7). Vamos usar a Eq. 29-1 para estimar a intensidade desse campo em um ponto P situado a uma distância $r = 2$ cm do pulso. Suponha que a trajetória do pulso seja tangente à superfície do cérebro, caso em que o ângulo θ da Eq. 29-1 é 90°. Em um pulso típico a corrente é $i = 10\ \mu$A, e a distância percorrida é da ordem de 1 mm. Vamos tomar essa distância como sendo o elemento de comprimento ds na Eq. 29-1. Nesse caso, temos:

$$B = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A})}{4\pi}\frac{(10 \times 10^{-6}\ \text{A})(1 \times 10^{-3}\ \text{m})}{(2 \times 10^{-2}\ \text{m})^2}\,\text{sen}\,90°$$
$$= 2{,}5 \times 10^{-12}\ \text{T} \approx 3\ \text{pT}.$$

Trata-se de um campo *extremamente* pequeno, mais de um milhão de vezes mais fraco que o campo magnético terrestre. Assim, para detectar os campos magnéticos produzidos pelo cérebro não podemos simplesmente colocar uma bússola perto do

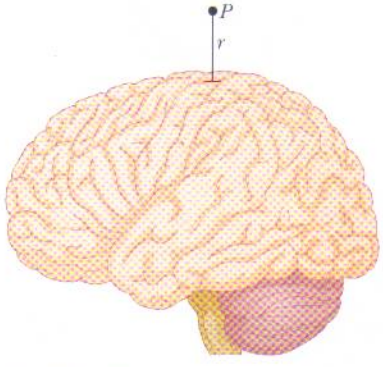


FIG. 29-7 Um pulso na parede de uma fissura na superfície do cérebro produz um campo magnético no ponto P situado a uma distância r.

cérebro e esperar que a atividade cerebral produza um movimento da agulha. Na verdade, os campos magnéticos do cérebro só podem ser detectados com o auxílio de um instrumento muito sensível, conhecido com SQUID (*superconducting quantum interference device*), capaz de medir campos menores que 1 pT, e mesmo assim é preciso tomar cuidado para eliminar outras fontes de campos magnéticos variáveis nas vizinhanças.

Exemplo 29-1 Aumente sua capacidade

O fio da Fig. 29-8*a* é percorrido por uma corrente i e tem a forma de um arco de circunferência de raio R e ângulo central $\pi/2$ rad, ladeado por dois trechos retilíneos cujos prolongamentos se interceptam no centro C do arco. Determine o campo magnético $\vec{B}$ no ponto C.

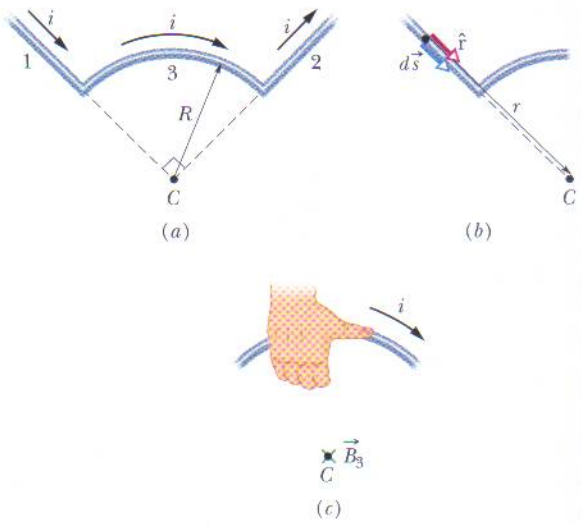


FIG. 29-8 (*a*) Fio formado por dois segmentos retilíneos (1 e 2) e um arco de circunferência (3) e percorrido por uma corrente i. (*b*) Para um elemento de corrente na seção 1, o ângulo entre ds e $\hat{r}$ é zero. (*c*) Determinação da direção do campo magnético $\vec{B}_3$ produzido pelo arco de circunferência no ponto C; o sentido do campo é para dentro do papel.

IDÉIA-CHAVE Podemos determinar o campo magnético $\vec{B}$ no ponto C aplicando ao fio a lei de Biot-Savart (Eq. 29-3). A aplicação da Eq. 29-3 pode ser simplificada calculando $\vec{B}$ separadamente para as três partes do fio, a saber: (1) o trecho retilíneo da esquerda; (2) o trecho retilíneo da direita; (3) o arco de circunferência.

Trechos retilíneos: Para qualquer elemento de corrente da parte 1, o ângulo θ entre $d\vec{s}$ e $\hat{r}$ é zero (Fig. 29-8*b*) e, portanto, de acordo com a Eq. 29-1,

$$dB_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds\,\text{sen}\,\theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds\,\text{sen}\,0}{r^2} = 0.$$

Assim, a contribuição de toda a parte 1 para o campo magnético no ponto C é

$$B_1 = 0.$$

O mesmo acontece na parte 2, em que o ângulo θ entre $d\vec{s}$ e $\hat{r}$ é 180° para qualquer elemento de corrente. Assim,

$$B_2 = 0.$$

Arco de circunferência: O uso da lei de Biot-Savart para calcular o campo magnético no centro de um arco de circunferência leva à Eq. 29-9 ($B = \mu_0 i\phi/4\pi R$). No nosso caso o ângulo central ϕ do arco é $\pi/2$ rad. Assim, de acordo com a Eq. 29-9 o módulo do campo magnético $\vec{B}_3$ no centro C do arco é dado por

$$B_3 = \frac{\mu_0 i(\pi/2)}{4\pi R} = \frac{\mu_0 i}{8R}.$$

Para determinar a orientação de $\vec{B}_3$ aplicamos a regra da mão direita, como mostra a Fig. 29-4. Segure mentalmente o arco de circunferência com a mão direita, como na Fig. 29-8*c*, com o polegar apontando no sentido da corrente. Os outros dedos indicam a orientação do campo magnético nas vizinhanças do fio. Na região em que se encontra o ponto C (no interior do arco de circunferência) os dedos apontam *para dentro* do papel. Assim, $\vec{B}_3$ tem essa orientação.

Campo total: Em geral, quando é necessário combinar dois ou mais campos magnéticos para obter o campo magnético total precisamos executar uma soma vetorial, e não simplesmente somar os módulos. Neste caso, porém, apenas o arco de circunferência produz um campo magnético diferente de zero no ponto C. Assim, podemos escrever o módulo do campo total $\vec{B}$ como

$$B = B_1 + B_2 + B_3 = 0 + 0 + \frac{\mu_0 i}{8R} = \frac{\mu_0 i}{8R}. \quad \text{(Resposta)}$$

A orientação de $\vec{B}$ é a orientação de $\vec{B}_3$, ou seja, para dentro do papel na Fig. 29-8.

Exemplo 29-2 Aumente sua capacidade

A Fig. 29-9*a* mostra dois fios paralelos longos percorridos por correntes i_1 e i_2 em sentidos opostos. Determine o módulo e a orientação do campo magnético total no ponto P para $i_1 = 15$ A, $i_2 = 32$ A e $d = 5{,}3$ cm.

IDÉIA-CHAVE (1) O campo magnético total $\vec{B}$ no ponto P é a soma vetorial dos campos magnéticos produzidos pelas correntes nos dois fios. (2) Podemos calcular o campo magnético produzido por qualquer corrente aplicando a lei de Biot-Savart à corrente. No caso de pontos próximos de um fio longo e retilíneo, a lei leva à Eq. 29-4.

Determinação dos vetores: Na Fig. 29-9*a* o ponto P está a uma distância R das correntes i_1 e i_2. De acordo com a Eq. 29-4, essas correntes produzem no ponto P campos $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$, cujos módulos são dados por

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi R} \quad \text{e} \quad B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi R}.$$

Observe, no triângulo retângulo da Fig. 29-9*a*, que os ângulos da base (entre os lados R e d) são 45°. Isso nos permite escrever $\cos 45° = R/d$ e substituir R por $d \cos 45°$. Nesse caso, os módulos dos campos magnéticos, B_1 e B_2, se tornam

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d \cos 45°} \quad \text{e} \quad B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d \cos 45°}.$$

Estamos interessados em combinar $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ para obter a soma dos dois vetores, que é o campo total $\vec{B}$ no ponto P. Para determinar a orientação de $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ aplicamos a regra da mão direita da Fig. 29-4 às duas correntes da Fig. 29-9*a*. No caso do fio 1, em que a corrente é para fora do papel, seguramos mentalmente o fio com a mão direita, com o polegar apontando para fora do papel. Nesse caso os outros dedos indicam que as linhas de campo têm o sentido anti-horário. Em particular, na região do ponto P apontam para cima e para a esquerda. Lembre-se de que o campo magnético em um ponto nas proximidades de um fio longo percorrido por corrente é perpendicular ao fio e a uma reta perpendicular ao fio passando pelo ponto. Assim, o sentido de $\vec{B}_1$ é para cima e para a esquerda, como mostra a Fig. 29-9*b*. (Observe no desenho que o vetor $\vec{B}_1$ é perpendicular à reta que liga o ponto P ao fio 1.)

Repetindo a análise para a corrente no fio 2, descobrimos que o sentido de $\vec{B}_2$ é para cima e para a direita, como mostra a Fig. 29-9*b*. (Observe no desenho que o vetor $\vec{B}_2$ é perpendicular à reta que liga o ponto P ao fio 2.)

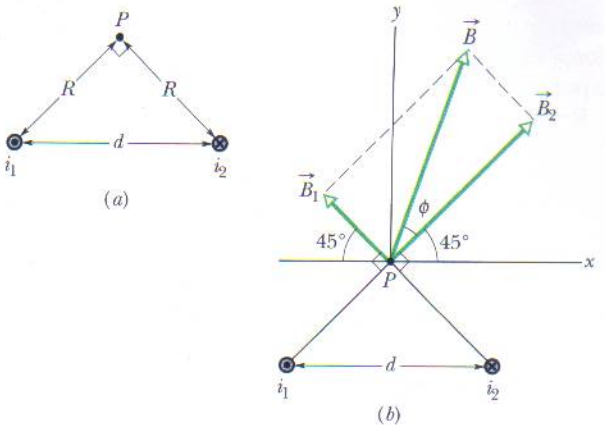


FIG. 29-9 (*a*) Dois fios conduzem correntes i_1 e i_2 em sentidos opostos (para fora e para dentro do papel). Observe o ângulo reto no ponto P. (*b*) O campo total $\vec{B}$ é a soma vetorial dos campos $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$.

Soma dos vetores: Podemos agora somar vetorialmente $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ para determinar o campo magnético $\vec{B}$ no ponto P. Isso pode ser feito usando uma calculadora científica ou trabalhando com as componentes dos vetores. Entretanto, existe um terceiro método: como $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ são mutuamente perpendiculares, formam os catetos de um triângulo retângulo cuja hipotenusa é $\vec{B}$. De acordo com o teorema de Pitágoras, temos:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{\mu_0}{2\pi d(\cos 45°)} \sqrt{i_1^2 + i_2^2}$$

$$= \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A})\sqrt{(15\ \text{A})^2 + (32\ \text{A})^2}}{(2\pi)(5{,}3 \times 10^{-2}\ \text{m})(\cos 45°)}$$

$$= 1{,}89 \times 10^{-4}\ \text{T} \approx 190\ \mu\text{T}. \qquad \text{(Resposta)}$$

O ângulo ϕ entre as direções de $\vec{B}$ e $\vec{B}_2$ na Fig. 29-9*b* é dado pela equação

$$\phi = \tan^{-1}\frac{B_1}{B_2},$$

que, para os valores conhecidos de B_1 e B_2, nos dá

$$\phi = \tan^{-1}\frac{i_1}{i_2} = \tan^{-1}\frac{15\ \text{A}}{32\ \text{A}} = 25°.$$

O ângulo entre a direção de $\vec{B}$ e o eixo x na Fig. 29-9b é portanto

$$\phi + 45° = 25° + 45° = 70°. \qquad \text{(Resposta)}$$

TÁTICAS PARA A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Tática 1: *Regras da Mão Direita* Para ajudar o leitor a interpretar as regras da mão direita vistas até o momento (e que serão vistas mais adiante), apresentamos a seguir uma revisão dessas regras.

Regra da Mão Direita para Produtos Vetoriais. Descrita na Seção 3-8, essa regra é usada para determinar a orientação do vetor resultante de um produto vetorial. Aponte os dedos da mão direita do primeiro vetor para o segundo, passando pelo menor

ângulo entre os dois vetores; o polegar estendido mostra a direção do vetor resultante do produto vetorial. No Capítulo 11 essa regra foi usada para determinar a orientação dos vetores torque e momento angular; no Capítulo 28, para determinar a orientação da força exercida por um campo magnético sobre um fio percorrido por corrente.

Regras da Mão Direita para o Magnetismo. Em muitas situações ligadas ao magnetismo é preciso relacionar um elemento "circular" a um elemento "retilíneo". Para isso, são usados os dedos (encurvados) e o polegar (estendido) da mão direita. Já vimos um exemplo na Seção 28-9, na qual relacionamos a corrente em uma espira (elemento circular) ao vetor normal $\vec{n}$ (elemento retilíneo). Envolva a espira com os dedos da mão direita apontados na direção da corrente o polegar estendido mostra a direção de $\vec{n}$. Esta é também a direção do momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ da espira.

Nesta seção foi apresentada mais uma regra da mão direita relacionada ao magnetismo. Para determinar a orientação das linhas de campo magnético nas vizinhanças de um elemento de corrente envolva o elemento de corrente com a mão direita, com o polegar estendido apontando no sentido da corrente; os outros dedos mostram a orientação das linhas de campo.

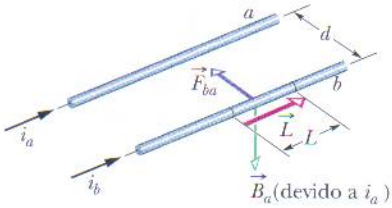


FIG. 29-10 Dois fios paralelos que conduzem correntes no mesmo sentido se atraem mutuamente. $\vec{B}_a$ é o campo magnético no fio b devido à corrente no fio a. $\vec{F}_{ba}$ é a força que age sobre o fio b porque o fio conduz uma corrente i_b na presença do campo $\vec{B}_a$.

29-3 | Forças entre Duas Correntes Paralelas

Dois longos fios paralelos, percorridos por correntes, exercem forças um sobre o outro. A Fig. 29-10 mostra dois desses fios, percorridos por correntes i_a e i_b e separados por uma distância d. Vamos analisar as forças exercidas pelos fios.

Vamos calcular primeiro a força produzida pela corrente no fio a sobre o fio b da Fig. 29-10. A corrente produz um campo magnético $\vec{B}_a$, e é esse campo que produz a força que estamos querendo calcular. Para determinar a força, portanto, precisamos conhecer o módulo e a orientação do campo $\vec{B}_a$ *na posição do fio b*. De acordo com a Eq. 29-4, o módulo de $\vec{B}_a$ em qualquer ponto do fio b é dado por

$$B_a = \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}. \tag{29-11}$$

De acordo com a regra da mão direita, o sentido do campo $\vec{B}_a$ na posição do fio b é para baixo, como mostra a Fig. 29-10.

Agora que conhecemos o campo, podemos calcular a força exercida sobre o fio b. De acordo com a Eq. 28-26, a força $\vec{F}_{ba}$ a que está submetido um segmento L do fio b devido à presença do campo magnético externo $\vec{B}_a$ é dada por

$$\vec{F}_{ba} = i_b \vec{L} \times \vec{B}_a, \tag{29-12}$$

onde $\vec{L}$ é o vetor comprimento do fio. Na Fig. 29-10 os vetores $\vec{L}$ e $\vec{B}_a$ são mutuamente perpendiculares e, portanto, de acordo com a Eq. 29-11, podemos escrever

$$F_{ba} = i_b L B_a \operatorname{sen} 90° = \frac{\mu_0 L i_a i_b}{2\pi d}. \tag{29-13}$$

A direção de $\vec{F}_{ba}$ é a direção do produto vetorial $\vec{L} \times \vec{B}_a$. Aplicando a regra da mão direita para produtos vetoriais a $\vec{L}$ e $\vec{B}_a$ na Fig. 29-10 vemos que $\vec{F}_{ba}$ aponta na direção do fio a, como mostra a figura.

A regra geral para determinar a força exercida sobre um fio percorrido por corrente é a seguinte:

> Para determinar a força exercida sobre um fio percorrido por corrente por outro fio percorrido por corrente determine primeiro o campo produzido pelo segundo fio na posição do primeiro; em seguida, determine a força exercida pelo campo sobre o primeiro fio.

Podemos usar esse método para determinar a força exercida sobre o fio a pela corrente que circula no fio b. O resultado é que a força aponta na direção do fio b, o que significa que dois fios com correntes paralelas se atraem. No caso em que as correntes têm sentidos opostos nos dois fios o resultado mostra que as forças apontam para longe dos dois fios, ou seja, os fios se repelem. Assim,

> Correntes paralelas se atraem e correntes antiparalelas se repelem.

A força que age entre correntes em fios paralelos é usada para definir o ampère, uma das sete unidades básicas do SI. A definição, adotada em 1946, é a seguinte: "O ampère é a corrente constante que, quando mantida em dois condutores retilíneos, paralelos, de comprimento infinito e seção reta desprezível, separados por 1 m de distância no vácuo, produz em cada um uma força de módulo 2×10^{-7} newtons por metro de comprimento dos fios".

Canhão Eletromagnético

Uma das aplicações da força dada pela Eq. 29-13 é o canhão eletromagnético. Nesse aparelho uma força magnética acelera um projétil, fazendo-o adquirir uma alta velocidade em um curto período de tempo. A Fig. 29-11*a* mostra o princípio de funcionamento do canhão eletromagnético. Uma corrente elevada é estabelecida em um circuito formado por dois trilhos paralelos e um "fusível" condutor (uma barra de cobre, por exemplo) colocado entre os trilhos. O projétil a ser lançado fica perto da extremidade mais distante do fusível, encaixado frouxamente entre os trilhos. Quando a corrente é aplicada o fusível se funde e logo se vaporiza, criando um gás condutor entre os trilhos na região onde se encontrava.

Aplicando a regra da mão direita da Fig. 29-4, vemos que as correntes nos trilhos da Fig. 29-11*a* produzem um campo magnético $\vec{B}$ dirigido para baixo na região entre os trilhos. Esse campo magnético exerce uma força $\vec{F}$ sobre o gás devido à corrente i que existe no gás (Fig. 29-11*b*). De acordo com a Eq. 29-12 e a regra da mão direita para produtos vetoriais, a força $\vec{F}$ é paralela aos trilhos e aponta para longe do fusível. Assim, o gás é arremessado contra o projétil, imprimindo-lhe uma aceleração de até $5 \times 10^6 g$ e lançando-o com uma velocidade de 10 km/s, tudo isso em um intervalo de tempo menor que 1 ms. Talvez, no futuro, os canhões eletromagnéticos venham a ser usados para lançar no espaço materiais resultantes de operações de mineração na Lua ou em asteróides.

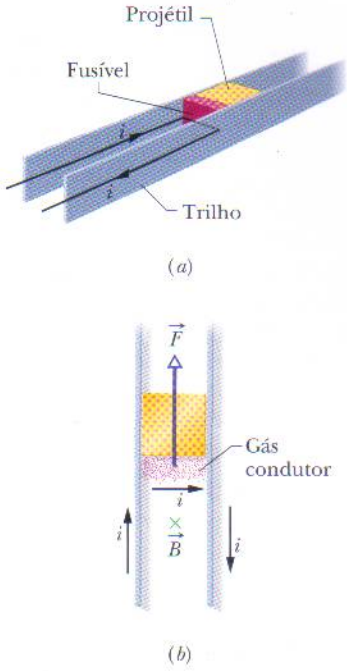
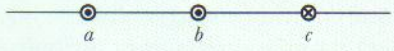


FIG. 29-11 (*a*) Princípio de funcionamento de um canhão eletromagnético. Uma corrente elevada provoca a vaporização de um fusível condutor. (*b*) A corrente produz um campo magnético $\vec{B}$ entre os trilhos, que exerce uma força $\vec{F}$ sobre o gás devido à corrente i que existe no gás. O gás é arremessado contra o projétil, lançando-o ao espaço.

TESTE 1 A figura mostra três fios longos, paralelos, igualmente espaçados, percorridos por correntes de mesmo valor absoluto, duas para fora do papel e uma para dentro do papel. Coloque os fios na ordem do módulo da força a que estão sujeitos devido à corrente nos outros dois fios, começando pelo maior.



29-4 | Lei de Ampère

É possível calcular o campo elétrico total associado a *qualquer* distribuição de cargas escrevendo o campo elétrico elementar $d\vec{E}$ produzido por um elemento de carga dq e somando as contribuições de todos os elementos de carga. No caso de uma distribuição complicada de cargas o cálculo pode exigir o uso de um computador. Entretanto, como vimos, se a distribuição possui simetria planar, cilíndrica ou esférica podemos usar a lei de Gauss para determinar o campo elétrico total, o que facilita consideravelmente os cálculos.

Do mesmo modo, é possível calcular o campo magnético total associado a *qualquer* distribuição de correntes escrevendo o campo magnético elementar $d\vec{B}$ (Eq. 29-3) produzido por um elemento de corrente $i\,d\vec{s}$ e somando as contribuições de todos os elementos de corrente. No caso de uma distribuição complicada de correntes o cálculo pode exigir o uso de um computador. Entretanto, se a distribuição possui algum tipo de simetria podemos usar a **lei de Ampère** para determinar o campo magnético total, o que facilita consideravelmente os cálculos. Embora essa lei, que pode ser demonstrada a partir da lei de Biot-Savart, tenha recebido o nome do físico francês André-Marie Ampère (1775-1836), foi na realidade proposta pelo físico inglês James Clerk Maxwell (1831-1879).

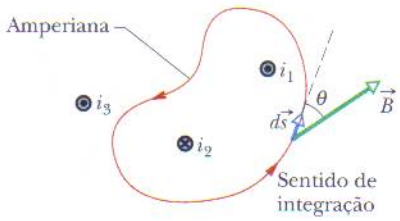


FIG. 29-12 Aplicação da lei de Ampère a uma amperiana arbitrária que envolve dois fios retilíneos longos, mas não um terceiro. Observe o sentido das correntes.

De acordo com a lei de Ampère,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{env}} \quad \text{(lei de Ampère).} \tag{29-14}$$

O círculo no sinal de integral indica que a integração do produto escalar $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ deve ser realizada para uma curva *fechada*, conhecida como *amperiana*. A corrente i_{env} é a corrente *total* envolvida pela curva fechada.

Para compreender melhor o significado do produto escalar $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ e sua integral vamos aplicar a lei de Ampère à situação geral da Fig. 29-12. A figura mostra as seções retas de três fios longos, perpendiculares ao plano do papel, percorridos por correntes i_1, i_2 e i_3. Uma amperiana arbitrária traçada no plano do papel envolve duas das correntes, mas não a terceira. O sentido anti-horário indicado na amperiana mostra o sentido arbitrariamente escolhido para realizar a integração da Eq. 29-14.

Para aplicar a lei de Ampère dividimos mentalmente a amperiana em elementos de comprimento $d\vec{s}$, que são tangentes à curva e apontam no sentido de integração. Suponha que no local do elemento $d\vec{s}$ que aparece na Fig. 29-12 o campo magnético total devido às correntes nos três fios seja $\vec{B}$. Como os fios são perpendiculares ao plano do papel, sabemos que o campo magnético em $d\vec{s}$ devido a cada uma das correntes está no plano da Fig. 29-12; assim, o campo magnético total também está nesse plano. Entretanto, não conhecemos a orientação de $\vec{B}$ no plano. Na Fig. 29-12 $\vec{B}$ foi desenhado arbitrariamente fazendo um ângulo θ com a direção de $d\vec{s}$.

O produto escalar $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ do lado esquerdo da Fig. 29-14 é igual a $B \cos\theta\, ds$. Assim, a lei de Ampère pode ser escrita na forma

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B \cos\theta\, ds = \mu_0 i_{\text{env}}. \tag{29-15}$$

Assim podemos interpretar o produto escalar $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ como o produto de um comprimento elementar ds da amperiana pela componente do campo $B \cos\theta$ tangente à amperiana nesse ponto. Nesse caso, a integral pode ser interpretada como a soma desses produtos para toda a amperiana.

Para executar a integração não precisamos conhecer o sentido de $\vec{B}$ em todos os pontos da amperiana; em vez disso, atribuímos arbitrariamente um sentido para $\vec{B}$ que coincida com o sentido de integração, como na Fig. 29-12, e usamos a seguinte regra da mão direita para atribuir um sinal positivo ou negativo às correntes que contribuem para a corrente total envolvida pela amperiana, i_{env}:

> Envolva a amperiana com a mão direita, com os dedos apontando no sentido da integração. Uma corrente no sentido do polegar estendido recebe sinal positivo; uma corrente no sentido oposto recebe sinal negativo.

Finalmente, resolvemos a Eq. 29-15 para obter o módulo de $\vec{B}$. Se B é positivo, isso significa que o sentido escolhido para $\vec{B}$ está correto; se B é negativo, ignoramos o sinal e tomamos $\vec{B}$ com o sentido oposto.

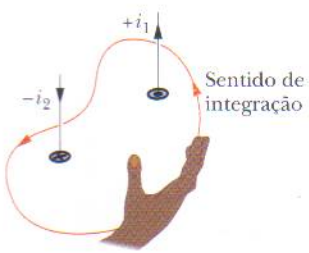


FIG. 29-13 Uso da regra da mão direita da lei de Ampère para determinar os sinais das correntes envolvidas por uma amperiana. A situação é a da Fig. 29-12.

Na Fig. 29-13 aplicamos a regra da mão direita da lei de Ampère à situação da Fig. 29-12. Tomando o sentido de integração como o sentido anti-horário, a corrente total envolvida pela amperiana é

$$i_{\text{env}} = i_1 - i_2.$$

(A corrente i_3 está do lado de fora da amperiana.) Assim, de acordo com a Eq. 29-15, temos:

$$\oint B \cos\theta\, ds = \mu_0 (i_1 - i_2). \tag{29-16}$$

O leitor pode estar se perguntando como é possível excluir a corrente i_3 do lado direito da Eq. 29-16, já que ela contribui para o módulo B do campo magnético do

lado esquerdo da equação. A resposta é que as contribuições da corrente i_3 para o campo magnético se cancelam quando a integração da Eq. 29-16 é realizada para uma curva fechada. O mesmo, porém, não acontece no caso das correntes envolvidas pela curva.

No caso da Fig. 29-12 não podemos usar a Eq. 29-16 para obter o módulo B do campo magnético, porque não dispomos de informações suficientes para simplificar e resolver a integral. Entretanto, conhecemos o resultado da integração: é $\mu_0(i_1 - i_2)$, o valor obtido a partir das correntes envolvidas pela amperiana.

Vamos agora aplicar a lei de Ampère a duas situações nas quais a simetria permite simplificar e resolver a integral e, assim, calcular o campo magnético.

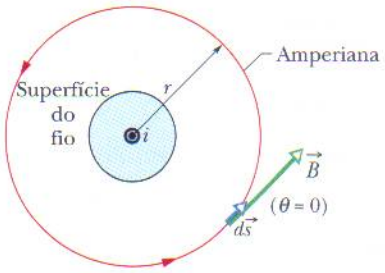


FIG. 29-14 Uso da lei de Ampère para determinar o campo magnético produzido por uma corrente i do lado de fora de um fio retilíneo longo de seção reta circular. A amperiana é uma circunferência concêntrica com um raio maior que o raio do fio.

Campo Magnético nas Vizinhanças de um Fio Longo Retilíneo Percorrido por Corrente

A Fig. 29-14 mostra um fio longo retilíneo percorrido por uma corrente i dirigida para fora do plano do papel. De acordo com a Eq. 29-4, o campo magnético $\vec{B}$ produzido pela corrente tem o mesmo módulo em todos os pontos situados a uma distância r do fio, ou seja, possui simetria cilíndrica em relação ao fio. Podemos tirar vantagem dessa simetria para simplificar a integral que aparece na lei de Ampère (Eqs. 29-14 e 29-15); para isso, envolvemos o fio em um amperiana circular concêntrica de raio r, como na Fig. 29-14. O campo magnético $\vec{B}$ tem o mesmo módulo B em todos os pontos da amperiana. Como vamos realizar a integração no sentido anti-horário, $d\vec{s}$ tem o sentido indicado na Fig. 29-14.

Podemos simplificar a expressão $B \cos\theta$ da Eq. 29-15 observando que tanto $\vec{B}$ como $d\vec{s}$ são tangentes à amperiana em todos os pontos. Assim, $\vec{B}$ e $d\vec{s}$ são paralelos ou antiparalelos em todos os pontos da amperiana; vamos adotar arbitrariamente a primeira hipótese. Nesse caso, em todos os pontos o ângulo θ entre $\vec{B}$ e $d\vec{s}$ é 0°, $\cos\theta = \cos 0° = 1$; a integral da Eq. 29-15 se torna

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B \cos\theta \, ds = B \oint ds = B(2\pi r).$$

Observe que $\oint ds$ é a soma de todos os segmentos de reta ds da amperiana, o que nos dá simplesmente a circunferência $2\pi r$ da curva.

De acordo com a regra da mão direita, o sinal da corrente da Fig. 29-14 é positivo; assim, o lado direito da lei de Ampère se torna $+\mu_0 i$, e temos:

$$B(2\pi r) = \mu_0 i$$

ou

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \quad \text{(do lado de fora de um fio retilíneo).} \tag{29-17}$$

Com uma pequena mudança de notação esta é a Eq. 29-4, que obtivemos na Seção 29-2 (por um método muito mais trabalhoso) usando a lei de Biot-Savart. Além disso, como o módulo B do campo é positivo, sabemos que o sentido correto de $\vec{B}$ é o que aparece na Fig. 29-14.

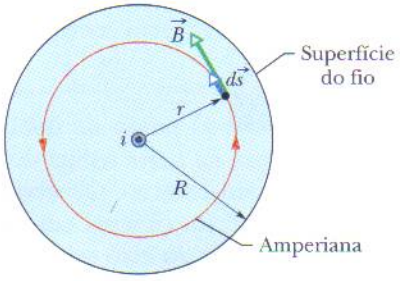


FIG. 29-15 Uso da lei de Ampère para determinar o campo magnético produzido por uma corrente i no interior de um fio retilíneo longo de seção reta circular. A corrente está distribuída uniformemente ao longo da seção reta do fio e aponta para fora do papel. A amperiana é uma circunferência concêntrica com um raio menor que o raio do fio.

Campo Magnético no Interior de um Fio Longo Retilíneo Percorrido por Corrente

A Fig. 29-15 mostra a seção reta de um fio longo retilíneo de raio R percorrido por uma corrente uniforme i dirigida para fora do papel. Como a distribuição de corrente ao longo da seção reta do fio é uniforme, o campo magnético $\vec{B}$ produzido pela corrente tem simetria cilíndrica. Assim, para determinar o campo magnético em pontos situados no interior do fio podemos novamente usar uma amperiana de raio r, como mostra a Fig. 29-15, onde agora $r < R$. Como mais uma vez $\vec{B}$ é tangente à curva, o lado esquerdo da lei de Ampère nos dá

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = B(2\pi r). \tag{29-18}$$

Para calcular o lado direito da lei de Ampère observamos que, como a distribuição de corrente é uniforme, a corrente i_{env} envolvida pela amperiana é proporcional à área envolvida pela curva, ou seja,

$$i_{env} = i\frac{\pi r^2}{\pi R^2}. \tag{29-19}$$

Usando a regra da mão direita, vemos que o sinal de i_{env} é positivo e, portanto, de acordo com a lei de Ampère,

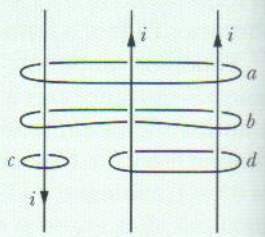
$$B(2\pi r) = \mu_0 i \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

ou

$$B = \left(\frac{\mu_0 i}{2\pi R^2}\right) r \quad \text{(no interior de um fio retilíneo).} \tag{29-20}$$

Assim, no interior do fio o módulo B do campo elétrico é proporcional a r; o valor é zero no centro do fio e máximo na superfície, onde $r = R$. Observe que as Eqs. 29-17 e 29-20 fornecem o mesmo valor para B no ponto $r = R$, ou seja, as expressões para o campo magnético do lado de fora e do lado de dentro do fio fornecem o mesmo valor para pontos situados na superfície do fio.

TESTE 2 A figura mostra três correntes de mesmo valor absoluto i (duas paralelas e uma antiparalela) e quatro amperianas. Coloque as amperianas em ordem de acordo com o valor absoluto de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$, começando pelo maior.



Exemplo 29-3

A Fig. 29-16*a* mostra a seção reta de um cilindro longo condutor oco de raio interno $a = 2{,}0$ cm e raio externo $b = 4{,}0$ cm. O cilindro conduz uma corrente para fora do plano do papel, e o módulo da densidade de corrente na seção reta é dado por $J = cr^2$, com $c = 3{,}0 \times 10^6$ A/m^4 e r em metros. Qual é o campo magnético $\vec{B}$ em um ponto situado a 3,0 cm de distância do eixo central do cilindro?

IDÉIAS-CHAVE O ponto no qual queremos determinar o campo $\vec{B}$ está na parte sólida do cilindro, entre o raio interno e o raio externo. Observamos que a corrente tem simetria cilíndrica (é igual em todos os pontos situados à mesma distância do eixo central). A simetria permite usar a lei de Ampère para determinar o campo $\vec{B}$ no ponto. Para começar, traçamos uma amperiana como a que aparece na Fig. 29-16*b*. A curva é concêntrica com o cilindro e tem um raio $r = 3{,}0$ cm, porque estamos interessados em determinar o campo $\vec{B}$ a essa distância do eixo central do cilindro.

O passo seguinte é calcular a corrente i_{env} que é envolvida pela amperiana. Entretanto, *não podemos* usar uma simples proporção, como fizemos para chegar à Eq. 29-19, já que dessa vez a distribuição de corrente não é uniforme. Em vez disso, utilizando o mesmo método do Exemplo 26-2*b*, devemos integrar o módulo da densidade de corrente entre o raio interno a do cilindro e o raio r da amperiana.

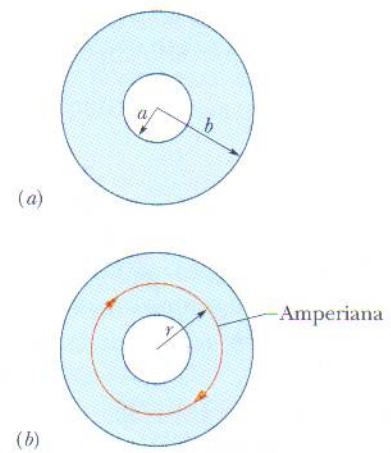


FIG. 29-16 (*a*) Seção reta de um cilindro longo condutor oco de raio interno a e raio externo b. (*b*) Uma amperiana de raio r é usada para calcular o campo magnético em pontos situados a uma distância r do eixo central.

Cálculos: Escrevemos a integral na forma

$$i_{env} = \int J\,dA = \int_a^r cr^2(2\pi r\,dr)$$
$$= 2\pi c\int_a^r r^3\,dr = 2\pi c\left[\frac{r^4}{4}\right]_a^r$$
$$= \frac{\pi c(r^4 - a^4)}{2}.$$

O sentido a integração indicado na Fig. 29-16*b* foi escolhido arbitrariamente como sendo o sentido horário. Aplicando à amperiana a regra da mão direita descobrimos que precisamos somar a corrente i_{env} como sendo negativa, já que o sentido da corrente é para fora do plano do papel, mas o polegar aponta para dentro do papel.

Em seguida, calculamos o lado esquerdo da lei de Ampère exatamente como fizemos na Fig. 29-15 e obtemos novamente a Eq. 29-18. Assim, a lei de Ampère,

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{env},$$

nos dá

$$B(2\pi r) = -\frac{\mu_0 \pi c}{2}(r^4 - a^4).$$

Explicitando B e substituindo os valores conhecidos, temos:

$$B = -\frac{\mu_0 c}{4r}(r^4 - a^4)$$
$$= -\frac{(4\pi \times 10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A})(3{,}0 \times 10^6\ \text{A/m}^4)}{4(0{,}030\ \text{m})}$$
$$\times [(0{,}030\ \text{m})^4 - (0{,}020\ \text{m})^4]$$
$$= -2{,}0 \times 10^{-5}\ \text{T}.$$

Assim, o campo magnético $\vec{B}$ em um ponto situado a 3,0 cm do eixo central tem módulo

$$B = 2{,}0 \times 10^{-5}\ \text{T} \qquad \text{(Resposta)}$$

e forma linhas de campo magnético com o sentido contrário ao da nossa direção de integração, ou seja, com o sentido anti-horário na Fig. 29-16*b*.

29-5 | Solenóides e Toróides

Campo Magnético de um Solenóide

Vamos agora voltar a atenção para outra situação na qual a lei de Ampère pode ser útil. Trata-se do campo magnético produzido pela corrente em uma bobina helicoidal formada por espiras circulares muito próximas. Uma bobina desse tipo recebe o nome de **solenóide** (Fig. 29-17). Vamos supor que o comprimento do solenóide é muito maior que o diâmetro.

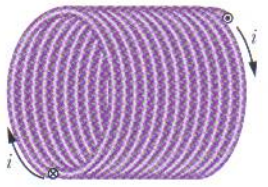


FIG. 29-17 Um solenóide percorrido por uma corrente i.

A Fig. 29-18 mostra um trecho de um solenóide "esticado". O campo magnético do solenóide é a soma vetorial dos campos produzidos pelas espiras. No caso de pontos muito próximos de uma espira o fio se comporta magneticamente quase como um fio retilíneo, e as linhas de $\vec{B}$ são quase círculos concêntricos. Como mostra a Fig. 29-18, o campo tende a se cancelar entre espiras vizinhas. A figura também mostra que em pontos no interior do solenóide e razoavelmente afastados do fio $\vec{B}$ é aproximadamente paralelo ao eixo central. No caso-limite de um *solenóide ideal*, que é infinitamente longo e formado por espiras muito juntas (*espiras cerradas*) de um fio de seção reta quadrada, o campo no interior do solenóide é uniforme e paralelo ao eixo central.

Em pontos acima do solenóide, como o ponto P da Fig. 29-18, o campo magnético criado pelas partes superiores das espiras do solenóide (representadas pelo símbolo ⊙) aponta para a esquerda (como nas proximidades do ponto P), e tende a cancelar o campo criado em P pelas partes inferiores dessas espiras (representadas pelo símbolo ⊗), que aponta para direita (e não está desenhado na figura). No caso-limite de um solenóide ideal o campo magnético do lado de fora do solenóide é zero. Tomar o campo externo como sendo zero é uma excelente aproximação de um solenóide real se o comprimento do solenóide for muito maior que o diâmetro e se forem considerados apenas pontos como P, que não estão próximos das extremidades do solenóide. A orientação do campo magnético no interior do solenóide é dada pela regra da mão direita: segure o solenóide com a mão direita, com os dedos apontando no sentido da corrente; o polegar estendido mostra a orientação do campo magnético.

A Fig. 29-19 mostra as linhas de $\vec{B}$ em um solenóide real. O espaçamento das linhas na região central mostra que o campo no interior do solenóide é intenso e uniforme em toda a região, enquanto o campo externo é muito mais fraco.

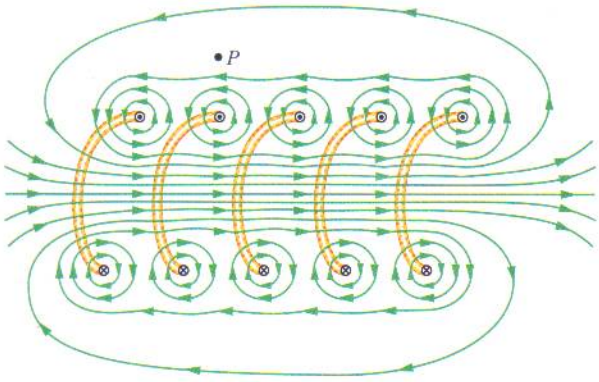


FIG. 29-18 Trecho de um solenóide "esticado" visto de perfil. São mostradas as partes traseiras de cinco espiras e as linhas de campo magnético associadas. As linhas de campo magnético são circulares nas proximidades das espiras. Perto do eixo do solenóide as linhas de campo se combinam para produzir um campo magnético paralelo ao eixo. As linhas de campo com pequeno espaçamento indicam que o campo magnético nessa região é intenso. Do lado de fora do solenóide as linhas de campo são mais espaçadas e o campo é muito mais fraco.

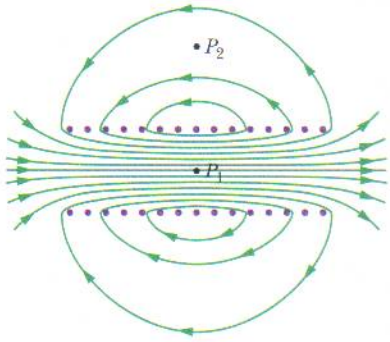


FIG. 29-19 Linhas de campo magnético em um solenóide real. O campo é intenso e uniforme em pontos do interior do solenóide, como P_1, e muito mais fraco em pontos do lado de fora do solenóide, como P_2.

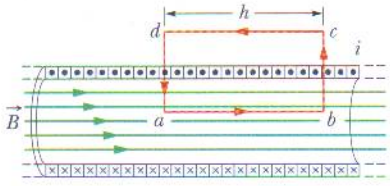


FIG. 29-20 Aplicação da lei de Ampère a um solenóide ideal percorrido por uma corrente i. A amperiana é o retângulo *abcda*.

Vamos agora aplicar a lei de Ampère,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{env}}, \tag{29-21}$$

ao solenóide ideal da Fig. 29-20, onde $\vec{B}$ é uniforme do lado de dentro do solenóide e zero do lado de fora, usando a amperiana retangular *abcda*. Escrevemos $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ como a soma de quatro integrais, uma para segmento da amperiana:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{s}. \tag{29-22}$$

A primeira integral do lado direito da Eq. 29-22 é Bh, onde B é o módulo do campo uniforme $\vec{B}$ no interior do solenóide e h é o comprimento (arbitrário) do segmento *ab*. A segunda e a quarta integrais são zero porque, para os elementos ds desses segmentos, $\vec{B}$ é perpendicular a ds ou é zero e, portanto, o produto escalar $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ é zero. A terceira integral, que envolve um segmento do lado de fora do solenóide, também é zero porque $B = 0$ em todos os pontos do lado de fora do solenóide. Assim, o valor de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ para toda a amperiana é Bh.

A corrente total i_{env} envolvida pela amperiana retangular da Fig. 29-20 não é igual à corrente i nas espiras do solenóide porque as espiras passam mais de uma vez pela amperiana. Seja n o número de espiras por unidade de comprimento do solenóide; nesse caso, a amperiana envolve nh espiras e, portanto,

$$i_{\text{env}} = i(nh).$$

De acordo com a lei de Ampère, temos:

$$Bh = \mu_0 inh$$

ou

$$B = \mu_0 in \quad \text{(solenóide ideal)}. \tag{29-23}$$

Embora a Eq. 29-23 tenha sido demonstrada para um solenóide ideal, constitui uma boa aproximação para solenóides reais se for aplicada apenas a pontos internos bem afastados das extremidades do solenóide. A Eq. 29-23 está de acordo com as observações experimentais de que o módulo B do campo magnético no interior de um solenóide não depende do diâmetro nem do comprimento do solenóide e

é uniforme ao longo da seção reta do solenóide. Um solenóide constitui, portanto, uma forma prática de criar um campo magnético uniforme de valor conhecido para realizar experimentos, assim como um capacitor de placas paralelas constitui uma forma prática de criar um campo elétrico uniforme de valor conhecido.

Campo Magnético de um Toróide

A Fig. 29-21*a* mostra um **toróide**, que pode ser descrito como um solenóide cilíndrico que foi encurvado até as extremidades se tocarem, formando assim um anel. Qual é o valor do campo magnético $\vec{B}$ no interior de um toróide? Podemos responder a essa pergunta usando a lei de Ampère e a simetria do toróide.

Por simetria, as linhas de $\vec{B}$ formam circunferências concêntricas no interior do toróide, como mostra a Fig. 29-21*b*. Vamos escolher como amperiana uma circunferência concêntrica de raio r e percorrê-la no sentido horário. De acordo com a lei de Ampère, temos:

$$(B)(2\pi r) = \mu_0 iN,$$

onde i é a corrente nas espiras do toróide (e é positiva para as espiras envolvidas pela amperiana) e N é o número total de espiras. Assim, temos:

$$B = \frac{\mu_0 iN}{2\pi}\frac{1}{r} \quad \text{(toróide)}. \tag{29-24}$$

Isso mostra que, ao contrário do que acontece no caso do solenóide, B não é constante ao longo da seção reta do toróide.

É fácil mostrar, com o auxílio da lei de Ampère, que $B = 0$ para pontos do lado de fora de um toróide (como se o toróide fosse fabricado a partir de um solenóide ideal). O sentido do campo magnético no interior de um toróide pode ser determinado através da regra da mão direita: segure o toróide com a mão direita, com os dedos apontando no sentido da corrente; o polegar estendido mostra o sentido do campo magnético.

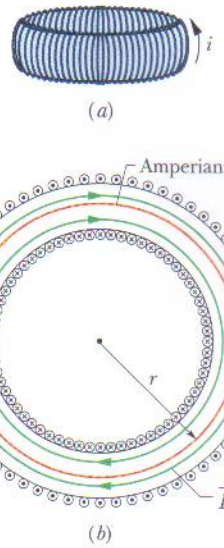


FIG. 29-21 (*a*) Um toróide percorrido por uma corrente i. (*b*) Seção reta horizontal do toróide. O campo magnético no interior do toróide pode ser calculado aplicando a lei de Ampère a uma amperiana como a mostrada na figura.

Exemplo 29-4

Um solenóide tem um comprimento $L = 1{,}23$ m, um diâmetro interno $d = 3{,}55$ cm e conduz uma corrente $i = 5{,}57$ A. É formado por cinco camadas de espiras cerradas, cada uma com 850 espiras. Qual é o valor de B no centro do solenóide?

IDÉIA-CHAVE O módulo B do campo magnético no eixo central do solenóide está relacionado à corrente i do solenóide e ao número n de espiras por unidade de comprimento através da Eq. 29-23 ($B = \mu_0 in$).

Cálculo: Como B não depende do diâmetro das espiras, o valor de n para cinco camadas de espiras é simplesmente cinco vezes maior que o valor para uma camada. Assim, de acordo com a Eq. 29-23, temos:

$$B = \mu_0 in = (4\pi \times 10^{-7}\ \text{T}\cdot\text{m/A})(5{,}57\ \text{A})\frac{5 \times 850\ \text{espiras}}{1{,}23\ \text{m}}$$
$$= 2{,}42 \times 10^{-2}\ \text{T} = 24{,}2\ \text{mT}. \quad \text{(Resposta)}$$

29-6 | Uma Bobina Percorrida por Corrente como um Dipolo Magnético

Até o momento examinamos os campos magnéticos produzidos por correntes em um fio retilíneo, em um solenóide e em um toróide. Vamos agora discutir o campo magnético produzido por uma corrente em uma bobina. Como vimos na Seção 28-10, uma bobina se comporta como um dipolo magnético no sentido de que, na

presença de um campo magnético $\vec{B}$, experimenta um torque $\vec{\tau}$ dado por

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \tag{29-25}$$

onde $\vec{\mu}$, o momento dipolar magnético da bobina, tem um módulo dado por NiA, onde N é o número de espiras, i é a corrente e A é a área das espiras. (*Atenção:* Não confunda o momento magnético dipolar $\vec{\mu}$ com a permeabilidade magnética do vácuo μ_0.)

Como vimos, o sentido de $\vec{\mu}$ é dado pela regra da mão direita: segure a bobina com a mão direita, com os dedos apontando no sentido da corrente; o polegar estendido mostra o sentido do momento dipolar magnético.

Campo Magnético de uma Bobina

Vamos agora examinar outro aspecto de uma bobina percorrida por corrente como um dipolo magnético: qual é o campo magnético *produzido* pela bobina em um ponto do espaço? A simetria não é suficiente para que seja possível usar a lei de Ampère; assim, temos que recorrer à lei de Biot-Savart. Para simplificar o problema vamos considerar uma bobina com uma única espira circular e calcular o campo apenas em pontos situados sobre o eixo central, que tomaremos como sendo o eixo z. Vamos demonstrar que o módulo do campo magnético nesses pontos é dado por

$$B(z) = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}, \tag{29-26}$$

onde R é o raio da espira e z é a distância entre o ponto considerado e o centro da espira. O sentido do campo magnético $\vec{B}$ é o mesmo do momento magnético $\vec{\mu}$ da bobina.

No caso de pontos muito distantes da bobina, $z \gg R$ e a Eq. 29-26 se reduz a

$$B(z) \approx \frac{\mu_0 i R^2}{2z^3}.$$

Lembrando que πR^2 é a área A da bobina e generalizando o resultado para uma bobina de N espiras, podemos escrever essa equação na forma

$$B(z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{NiA}{z^3}.$$

Além disso, como $\vec{B}$ e $\vec{\mu}$ são paralelos, podemos escrever a equação em forma vetorial usando a identidade $\mu = NiA$:

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{\mu}}{z^3} \quad \text{(bobina percorrida por corrente).} \tag{29-27}$$

Assim, podemos encarar uma bobina percorrida por corrente como um dipolo magnético sob dois aspectos: (1) a bobina experimenta um torque na presença de um campo magnético externo; (2) a bobina produz um campo magnético que é dado, para pontos distantes sobre o eixo z, pela Eq. 29-27. A Fig. 29-22 mostra o campo magnético produzido por uma bobina percorrida por corrente; um lado da bobina se comporta como um pólo norte (para onde aponta o momento magnético $\vec{\mu}$) e o outro lado como um pólo sul, como sugere o desenho de um ímã em forma de barra.

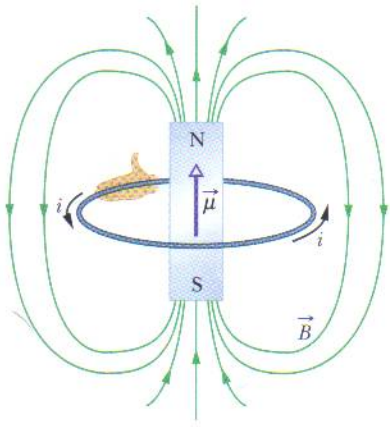
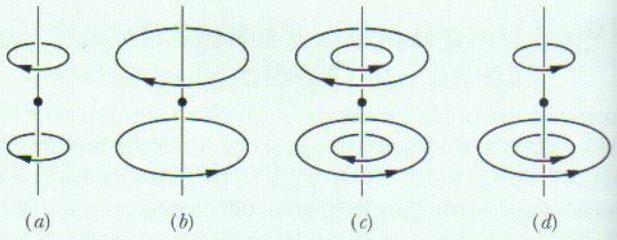


FIG. 29-22 Uma espira percorrida por corrente produz um campo magnético semelhante ao de um ímã em forma de barra, com um pólo norte e um pólo sul. O momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ da espira, cujo sentido é dado pela regra da mão direita, aponta do pólo sul para o pólo norte, ou seja, na mesma direção que o campo $\vec{B}$ no interior da espira.

TESTE 3 A figura mostra quatro pares de espiras circulares de raio r ou $2r$, com o centro em eixos verticais (perpendiculares ao plano das espiras) e percorridas por correntes de mesmo valor absoluto, nos sentidos indicados. Coloque os pares na ordem do módulo do campo magnético em um ponto sobre o eixo central a meio caminho entre os anéis, começando pelo maior.



Demonstração da Equação 29-26

A Fig. 29-23 mostra uma vista de perfil de uma espira circular de raio R percorrida por uma corrente i. Considere um ponto P sobre o eixo central, situado a uma distância z do plano da espira. Vamos aplicar a lei de Biot-Savart a um elemento de comprimento ds situado na extremidade esquerda da espira. O vetor comprimento $d\vec{s}$ associado a esse elemento aponta perpendicularmente para fora do plano do papel. O ângulo θ entre $d\vec{s}$ e $\hat{r}$ na Fig. 29-23 é 90°; o plano formado pelos dois vetores é perpendicular ao plano do papel e contém tanto $\hat{r}$ como $d\vec{s}$. De acordo com a lei de Biot-Savart (e a regra da mão direita), o elemento de campo $d\vec{B}$ produzido no ponto P pela corrente no elemento ds é perpendicular a este plano e, portanto, paralelo ao plano do papel e perpendicular a $\hat{r}$, como mostra a Fig. 29-23.

Vamos decompor $d\vec{B}$ em duas componentes: $dB_{\parallel}$, paralela ao eixo da espira, e $dB_{\perp}$, perpendicular ao eixo. Por simetria, a soma vetorial das componentes perpendiculares $dB_{\perp}$ produzidas por todos os elementos ds da espira é zero. Isso deixa apenas as componentes paralelas $dB_{\parallel}$ e, portanto,

$$B = \int dB_{\parallel}.$$

Para o elemento $d\vec{s}$ da Fig. 29-23 a lei de Biot-Savart (Eq. 29-1) nos diz que o campo magnético a uma distância r é dado por

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,ds\,\text{sen}\,90°}{r^2}.$$

Temos também

$$dB_{\parallel} = dB\cos\alpha.$$

Combinando as duas relações, obtemos

$$dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 i\cos\alpha\,ds}{4\pi r^2}. \tag{29-28}$$

A Fig. 29-23 mostra que existe uma relação entre r e α. Ambos podem ser expressos em termos da variável z, a distância entre o ponto P e o centro da espira. As relações são as seguintes:

$$r = \sqrt{R^2 + z^2} \tag{29-29}$$

e

$$\cos\alpha = \frac{R}{r} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}}. \tag{29-30}$$

Substituindo as Eqs. 29-29 e 29-30 na Eq. 29-28, obtemos

$$dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 iR}{4\pi(R^2 + z^2)^{3/2}}\,ds.$$

Observe que i, R e z têm o mesmo valor para todos os elementos ds da espira; assim, quando integramos essa equação descobrimos que

$$B = \int dB_{\parallel}$$

$$= \frac{\mu_0 iR}{4\pi(R^2 + z^2)^{3/2}}\int ds$$

ou, como $\int ds$ é simplesmente a circunferência $2\pi R$ da espira,

$$B(z) = \frac{\mu_0 iR^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}.$$

Esta é a Eq. 29-26, a relação que queríamos demonstrar.

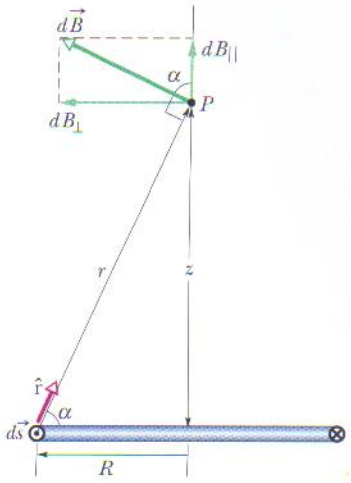


FIG. 29-23 Vista de perfil de uma espira circular de raio R. O plano da espira é perpendicular ao papel, e apenas a metade mais distante da espira aparece na figura. A lei de Biot-Savart pode ser usada para calcular o campo magnético em um ponto P do eixo central da espira.

REVISÃO E RESUMO

Lei de Biot-Savart O campo magnético criado por um condutor percorrido por corrente pode ser calculado com o auxílio da *lei de Biot-Savart*. De acordo com esta lei, a contribuição $d\vec{B}$ para o campo em um ponto P produzido por um elemento de corrente $i\,d\vec{s}$ situado a uma distância r do ponto é dada por

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2} \qquad \text{(lei de Biot-Savart)}, \qquad (29\text{-}3)$$

onde $\hat{r}$ é o vetor unitário que liga o elemento de corrente ao ponto P. A constante μ_0, conhecida como permeabilidade do vácuo, tem o valor de $4\pi \times 10^{-7}\,\text{T}\cdot\text{m/A} \approx 1{,}26 \times 10^{-6}\,\text{T}\cdot\text{m/A}$.

Campo Magnético Produzido pela Corrente em um Fio Retilíneo Longo No caso de um fio retilíneo longo percorrido por uma corrente i, a lei de Biot-Savart nos dá, para o módulo do campo magnético a uma distância perpendicular R do fio,

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \qquad \text{(fio retilíneo longo)}. \qquad (29\text{-}4)$$

Campo Magnético de um Arco de Circunferência O módulo do campo magnético no centro de um arco de circunferência de raio R e ângulo central ϕ (em radianos) percorrido por uma corrente i é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i\phi}{4\pi R} \qquad \text{(no centro de um arco de circunferência)}. \qquad (29\text{-}9)$$

Força entre Correntes Paralelas Fios paralelos percorridos por correntes no mesmo sentido se atraem e fios paralelos percorridos por correntes em sentidos opostos se repelem. O módulo da força que age sobre um segmento de comprimento L de um dos fios é dado por

$$F_{ba} = i_b L B_a \operatorname{sen} 90° = \frac{\mu_0 L i_a i_b}{2\pi d}, \qquad (29\text{-}13)$$

onde d é a distância entre os fios e i_a e i_b são as correntes nos fios.

Lei de Ampère De acordo com a **lei de Ampère**,

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 i_{\text{env}} \qquad \text{(lei de Ampère)}. \qquad (29\text{-}14)$$

A integral de linha que aparece nesta equação deve ser calculada para uma curva fechada conhecida como *amperiana*. A corrente i é a corrente *total* envolvida pela amperiana. No caso de algumas distribuições de corrente, a Eq. 29-14 é mais fácil de usar que a Eq. 29-3 para calcular o campo magnético produzido por correntes.

Campos de um Solenóide e de um Toróide No interior de um *solenóide longo* percorrido por uma corrente i, em pontos distantes das extremidades, o módulo B do campo magnético é dado por

$$B = \mu_0 i n \qquad \text{(solenóide ideal)}, \qquad (29\text{-}23)$$

onde n é o número de espiras por unidade de comprimento. Em um ponto no interior de um *toróide* o módulo B do campo magnético é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi}\frac{1}{r} \qquad \text{(toróide)}, \qquad (29\text{-}24)$$

onde r é a distância entre o ponto e o centro do toróide.

Campo de um Dipolo Magnético O campo magnético produzido por uma bobina percorrida por corrente, que se comporta como um *dipolo magnético*, em um ponto P situado a uma distância z ao longo do eixo central da bobina, é paralelo ao eixo central e dado por

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\vec{\mu}}{z^3}, \qquad (29\text{-}27)$$

onde $\vec{\mu}$ é o momento dipolar da bobina. Esta equação é válida apenas para valores de z muito maiores que as dimensões da bobina.

PERGUNTAS

1 A Fig. 29-24 mostra quatro arranjos nos quais fios paralelos longos conduzem correntes iguais para dentro ou para fora do papel nos vértices de quadrados iguais. Coloque os arranjos na ordem do módulo do campo magnético no centro do quadrado, começando pelo maior.

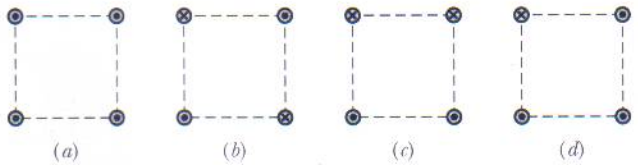


FIG. 29-24 Pergunta 1.

2 A Fig. 29-25 mostra seções retas de dois fios retilíneos longos; a corrente do fio da esquerda, i_1, é para fora do papel. Para que o campo magnético total produzido pelas duas correntes seja zero no ponto P, (a) o sentido da corrente i_2 do fio da direita deve ser para dentro ou para fora do papel? (b) O valor absoluto da corrente i_2 deve ser maior, menor ou igual ao valor absoluto de i_1?

FIG. 29-25 Pergunta 2.

3 A Fig. 29-26 mostra três circuitos formados por segmentos retilíneos e arcos de circunferência concêntricos (semicircunferências ou quartos de circunferência de raio r, $2r$ ou $3r$). A corrente é a mesma nos três circuitos. Coloque os circuitos na ordem do módulo do campo magnético no centro dos arcos (indicado na figura por um ponto), começando pelo maior.

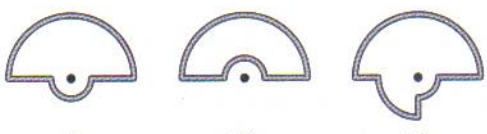


FIG. 29-26 Pergunta 3.

4 A Fig. 29-27 representa um instantâneo dos vetores velocidade de quatro elétrons nas vizinhanças de um fio percorrido por uma corrente i. As quatro velocidades têm o mesmo módulo, e a velocidade $\vec{v}_2$ aponta para dentro do papel. Os elétrons 1 e 2 estão à mesma distância do fio, e o mesmo acontece com os elétrons 3 e 4. Coloque os elétrons na ordem do módulo do campo magnético a que estão sujeitos devido à corrente i, começando pelo maior.

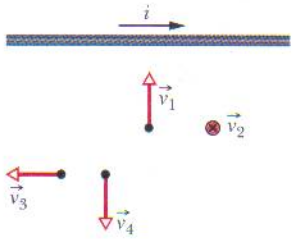


FIG. 29-27 Pergunta 4.

5 A Fig. 29-28 mostra três circuitos formados por dois segmentos radiais e dois arcos de circunferência concêntricos, um de raio r e o outro de raio $R > r$. A corrente é a mesma nos dois circuitos e o ângulo entre os dois segmentos radiais é o mesmo. Coloque os circuitos na ordem do módulo do campo magnético no centro dos arcos (indicado na figura por um ponto), começando pelo maior.

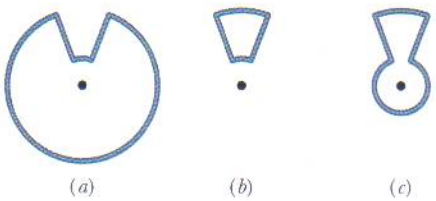


FIG. 29-28 Pergunta 5.

6 A Fig. 29-29 mostra quatro arranjos nos quais fios longos, paralelos e igualmente espaçados conduzem correntes iguais para dentro e para fora do papel. Coloque os arranjos na ordem do módulo da força a que está submetido o fio central, começando pelo maior.

FIG. 29-29 Pergunta 6.

7 A Fig. 29-30 mostra três arranjos de três fios retilíneos longos conduzindo correntes iguais para dentro e para fora do papel. (a) Coloque os arranjos na ordem do módulo da força magnética a que está submetido o fio A, começando pelo maior. (b) No arranjo 3, o ângulo entre a força a que está submetido o fio A e a linha tracejada é igual, maior ou menor que 45°?

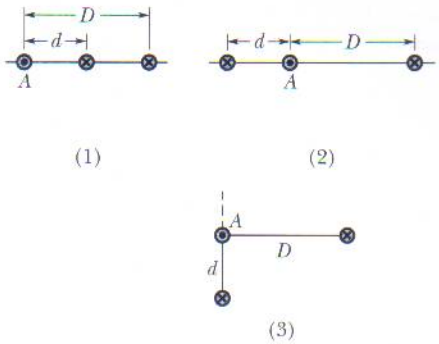


FIG. 29-30 Pergunta 7.

8 A Fig. 29-31 mostra quatro correntes iguais i e cinco amperianas (a, b, c, d, e) envolvendo essas correntes. Coloque as amperianas na ordem do valor de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ ao longo das curvas nas direções indicadas, começando pelo maior valor positivo.

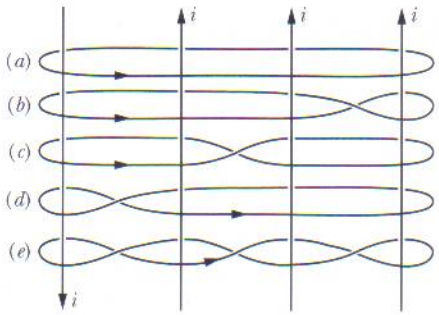


FIG. 29-31 Pergunta 8.

9 A Fig. 29-32 mostra quatro amperianas circulares (a, b, c, d) concêntricas com um fio cuja corrente é dirigida para fora do papel. A corrente é uniforme ao longo da seção reta do fio (região sombreada). Coloque as amperianas na ordem do valor absoluto de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ ao longo da curva, começando pelo maior.

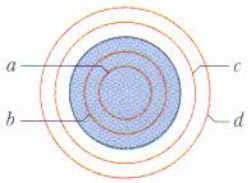


FIG. 29-32 Pergunta 9.

10 A Fig. 29-33 mostra, em função da distância radial r, o módulo B do campo magnético do lado de dentro e do lado de fora de quatro fios (a, b, c, d), cada um dos quais conduz uma corrente uniformemente distribuída ao longo da seção reta. Os trechos em que os gráficos correspondentes a dois fios se superpõem estão indicados por duas letras. Coloque os fios na ordem (a) do raio, (b) do módulo do campo magnético na superfície e (c) da corrente, começando pelo maior valor. (d) O módulo da densidade de corrente do fio a é maior, menor ou igual ao do fio c?

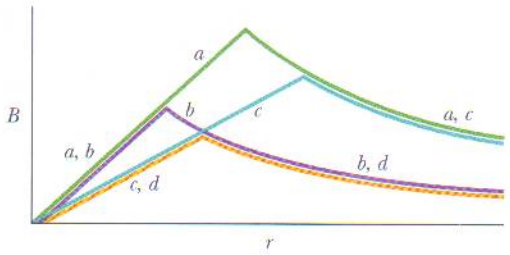


FIG. 29-33 Pergunta 10.

11 A Fig. 29-34 mostra quatro amperianas circulares (a, b, c, d) e, em seção reta, quadro condutores circulares longos (regiões sombreadas), todos concêntricos. Três dos condutores são cilindros ocos; o condutor central é um cilindro maciço. As correntes nos condutores são, do raio menor para o raio maior, 4 A para fora do papel, 9 A para dentro do papel, 5 A para fora do papel e 3 A para dentro do papel. Coloque as amperianas na ordem do módulo de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ ao longo da curva, começando pelo maior.

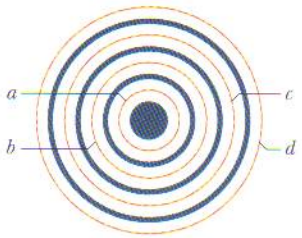


FIG. 29-34 Pergunta 11.

PROBLEMAS

• – ••• O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física*, de Jearl Walker, Rio de Janeiro: LTC, 2008.

seção 29-2 Cálculo do Campo Magnético Produzido por uma Corrente

•1 Em um certo local das Filipinas o campo magnético da Terra tem um módulo de 39 μT, é horizontal e aponta exatamente para o norte. Suponha que o campo total é zero, 8,0 cm acima de um fio longo, retilíneo, horizontal que conduz uma corrente constante. Determine (a) o módulo da corrente; (b) a orientação da corrente.

•2 Um condutor retilíneo percorrido por uma corrente i = 5,0 A se divide em dois arcos semicirculares, como mostra a Fig. 29-35. Qual é o campo magnético no centro C da espira circular resultante?

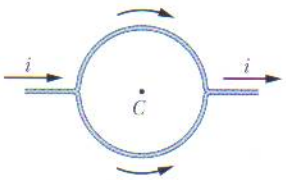


FIG. 29-35 Problema 2.

•3 Um topógrafo está usando uma bússola magnética 6,1 m abaixo de uma linha de transmissão que conduz uma corrente constante de 100 A. (a) Qual é o campo magnético produzido pela linha de transmissão na posição da bússola? (b) Este campo tem uma influência significativa na leitura da bússola? A componente horizontal do campo magnético da Terra no local é 20 μT.

•4 A Fig. 29-36*a* mostra um elemento de comprimento ds = 1,00 μm em um fio retilíneo muito longo percorrido por uma corrente. A corrente no elemento cria um campo magnético elementar $d\vec{B}$ no espaço em volta. A Fig. 29-36*b* mostra o módulo dB do campo para pontos situados a 2,5 cm de distância do elemento em função do ângulo θ entre o fio e uma reta que liga o elemento ao ponto. A escala vertical é definida por dB_s = 60,0 pT. Qual é o módulo do campo magnético produzido pelo fio inteiro em um ponto situado a 2,5 cm de distância do fio?

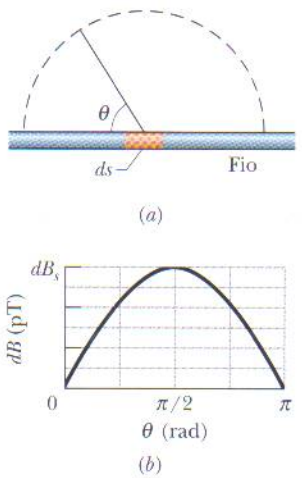


FIG. 29-36 Problema 4.

•5 Na Fig. 29-37 dois arcos de circunferência têm raios a = 13,5 cm e b = 10,7 cm, subtendem um ângulo θ = 74,0°, conduzem uma corrente i = 0,411 A e têm o mesmo centro de curvatura P. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) do campo magnético no ponto P.

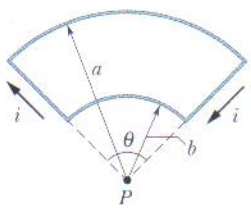


FIG. 29-37 Problema 5.

•6 Na Fig. 29-38 dois arcos de circunferência têm raios $R_2 = 7{,}80$ cm e $R_1 = 3{,}15$ cm, subtendem um ângulo $\theta = 180°$, conduzem uma corrente $i = 0{,}281$ A e têm o mesmo centro de curvatura C. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) do campo magnético no ponto C.

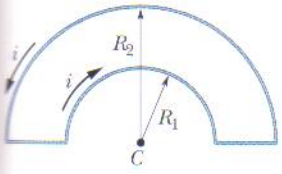


FIG. 29-38 Problema 6.

•7 Dois fios retilíneos longos são paralelos e estão separados por uma distância de 8,0 cm. As correntes nos fios são iguais e o campo magnético em um ponto situado exatamente entre os dois fios tem um módulo de 300 μT. (a) As correntes têm o mesmo sentido ou sentidos opostos? (b) Qual é o valor das correntes?

•8 Na Fig. 29-39, um fio é formado por uma semicircunferência de raio $R = 9{,}26$ cm e dois segmentos retilíneos (radiais) de comprimento $L = 13{,}1$ cm cada um. A corrente no fio é $i = 34{,}8$ mA. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) do campo magnético no centro de curvatura C da semicircunferência.

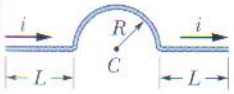


FIG. 29-39 Problema 8.

•9 Na Fig. 29-40 dois fios retilíneos longos são perpendiculares ao plano do papel e estão separados por uma distância $d_1 = 0{,}75$ cm. O fio 1 conduz uma corrente de 6,5 A para dentro do papel. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) da corrente no fio 2 para que o campo magnético seja zero no ponto P, situado a uma distância $d_2 = 1{,}50$ cm do fio 2.

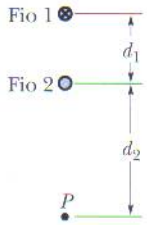


FIG. 29-40 Problema 9.

•10 Na Fig. 29-41 dois fios retilíneos longos, separados por uma distância $d = 16{,}0$ cm, conduzem correntes $i_1 = 3{,}61$ mA e $i_2 = 3{,}00i_1$ dirigidas para fora do papel. (a) Em que ponto do eixo x o campo magnético total é zero? (b) Se as duas correntes são multiplicadas por dois, o ponto em que o campo magnético é zero se aproxima do fio 1, se aproxima do fio 2 ou permanece onde está?

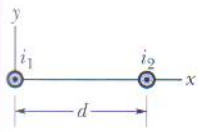


FIG. 29-41 Problema 10.

•11 Na Fig. 29-42 uma corrente $i = 10$ A circula em um condutor longo formado por dois trechos retilíneos e uma semicircunferência de raio $R = 5{,}0$ mm e centro no ponto a. O ponto b fica a meio caminho entre os trechos retilíneos e tão afastado da semicircunferência que os dois trechos retos podem ser considerados fios infinitos. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) do campo magnético no ponto a. Determine também (c) o módulo e (d) o sentido do campo magnético no ponto b.

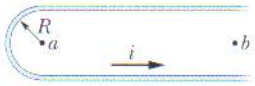


FIG. 29-42 Problema 11.

•12 Na Fig. 29-43 o ponto P está a uma distância $R = 2{,}00$ cm de um fio retilíneo muito longo que conduz uma corrente. O campo magnético $\vec{B}$ no ponto P é a soma das contribuições de elementos de corrente $i\,d\vec{s}$ ao longo de todo o fio. Determine a distância s entre o ponto P e o elemento (a) que mais contribui para o campo $\vec{B}$; (b) responsável por com 10% da maior contribuição.

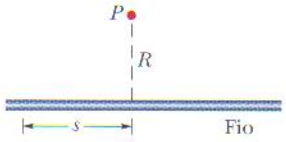


FIG. 29-43 Problema 12.

••13 A Fig. 29-44 mostra um próton que se move com velocidade $\vec{v} = (-200\ \text{m/s})\hat{j}$ em direção a um fio retilíneo longo que conduz uma corrente $i = 350$ mA. No instante mostrado a distância entre o próton e o fio é $d = 2{,}89$ cm. Em termos dos vetores unitários, qual é a força magnética a que o próton está submetido?

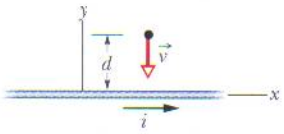


FIG. 29-44 Problema 13.

••14 A Fig. 29-45*a* mostra, em seção reta, dois fios longos e paralelos percorridos por correntes e separados por uma distância L. A razão i_1/i_2 entre as correntes é 4,00; as direções das correntes não são conhecidas. A Fig. 29-45*b* mostra a componente B_y do campo magnético em função da posição sobre o eixo x à direita do fio 2. A escala vertical é definida por $B_{ys} = 4{,}0$ nT e a escala horizontal por $x_s = 20{,}0$ cm. (a) Para que valor de $x > 0$ a componente B_y é máxima? (b) Se $i_2 = 3$ mA, qual é este valor máximo de B_y? Determine o sentido (para dentro ou para fora do papel) (c) de i_1; (d) de i_2.

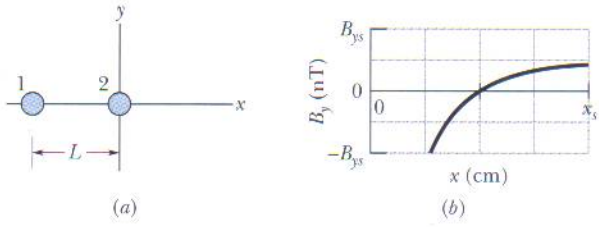


FIG. 29-45 Problema 14.

••15 A Fig. 29-46 mostra um fio que conduz uma corrente i = 3,00 A. Dois trechos retilíneos semi-infinitos, ambos tangentes à mesma circunferência, são ligados por um arco de circunferência que possui um ângulo central θ e coincide com parte da circunferência. O arco e os dois trechos retilíneos estão no mesmo plano. Se $B = 0$ no centro da circunferência, qual é o valor de θ?

FIG. 29-46 Problema 15.

••16 A Fig. 29-47 mostra, em seção reta, quatro fios finos paralelos, retilíneos e muito compridos, que conduzem correntes iguais nos sentidos indicados. Inicialmente os quatro fios estão a uma distância d = 15,0 cm da origem do sistema de coordenadas, onde criam um campo magnético total $\vec{B}$. (a) Para que valor de x o fio 1 deve ser deslocado sobre o eixo x para que o campo $\vec{B}$ sofra uma rotação de 30° no sentido anti-horário? (b) Com o fio 1 na nova posição, para que valor de x o fio 3 deve ser deslocado sobre o eixo x para que o campo $\vec{B}$ volte à orientação inicial?

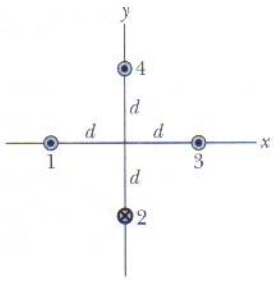


FIG. 29-47 Problema 16.

••17 Na Fig. 29-48, o ponto P_1 está a uma distância R = 13,1 cm do ponto médio de um fio retilíneo de comprimento L = 18,0 cm que conduz uma corrente i = 58,2 mA. (Observe que o fio *não* é longo.) Qual é o módulo do campo magnético no ponto P_1?

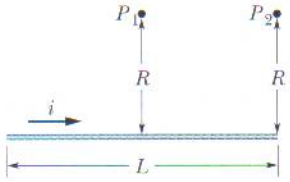


FIG. 29-48 Problemas 17 e 21.

••18 A Eq. 29-4 fornece o módulo B do campo magnético criado por um fio retilíneo *infinitamente longo* percorrido por uma corrente em um ponto P situado a uma distância R do fio. Suponha que o ponto P esteja na verdade a uma distância R do ponto médio de um fio de comprimento *finito* L percorrido por uma corrente. Nesse caso, o uso da Eq. 29-4 para calcular B envolve um certo erro percentual. Qual deve ser a razão L/R para que o erro percentual seja 1,00%? Em outras palavras, para que valor de L/R a igualdade é satisfeita?

$$\frac{(B \text{ da Eq. } 29\text{-}4) - (B \text{ real})}{(B \text{ real})}(100\%) = 1{,}00\%$$

••19 Na Fig. 29-49 quatro fios retilíneos longos são perpendiculares ao papel, e suas seções retas formam um quadrado de lado a = 20 cm. As correntes são para fora do papel nos fios 1 e 4 e para dentro do papel nos fios 2 e 3, e todos os fios conduzem uma corrente de 20 A. Em termos dos vetores unitários, qual é o campo magnético no centro do quadrado?

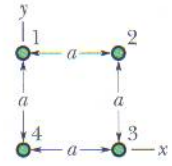


FIG. 29-49 Problemas 19, 36 e 39.

••20 Na Fig. 29-50 duas espiras circulares concêntricas, que conduzem correntes no mesmo sentido, estão no mesmo plano. A espira 1 tem 1,50 cm de raio e conduz uma corrente de 4,00 mA. A espira 2 tem 2,50 cm de raio e conduz uma corrente de 6,00 mA. O campo magnético $\vec{B}$ no centro comum das duas espiras é medido enquanto se faz girar a espira 2 em torno de um diâmetro. Qual deve ser o ângulo de rotação da espira 2 para que o módulo do campo $\vec{B}$ seja 100 nT?

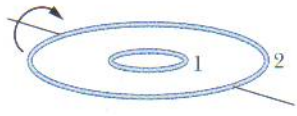
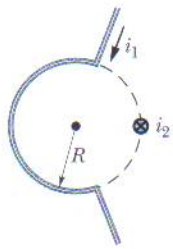


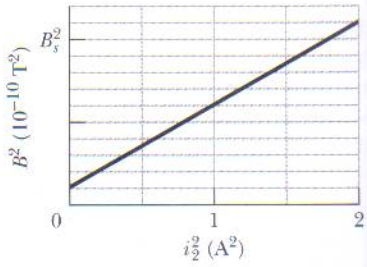
FIG. 29-50 Problema 20.

••21 Na Fig. 29-48 o ponto P_2 está a uma distância R = 25,1 cm da extremidade mais próxima de um fio retilíneo de comprimento L = 13,6 cm que conduz uma corrente i = 0,693 A. (Observe que o fio *não* é longo.) Qual é o módulo do campo magnético no ponto P_2?

••22 Na Fig. 29-51*a* o fio 1 é formado por um arco de circunferência e dois segmentos radiais e conduz uma corrente i_1 = 0,50 A no sentido indicado. O fio 2, mostrado em seção reta, é longo, retilíneo e perpendicular ao plano do papel. A distância entre o fio 2 e o centro do arco é igual ao raio R do arco, e o fio conduz uma corrente i_2 que pode ser ajustada. As duas correntes criam um campo magnético total $\vec{B}$ no centro do arco. A Fig. 29-51*b* mostra o quadrado do módulo do campo, B^2, em função do quadrado da corrente, i_2^2. A escala vertical é definida por $B_s^2 = 10{,}0 \times 10^{-10}\,\text{T}^2$. Qual é o ângulo subtendido pelo arco?



(a)



(b)

FIG. 29-51 Problema 22.

••23 A Fig. 29-52 mostra dois fios. O fio de baixo conduz uma corrente $i_1 = 0{,}40$ A e inclui um arco de circunferência com 5,0 cm de raio e centro no ponto P, que subtende um ângulo de 180°. O fio de cima conduz uma corrente $i_2 = 2i_1$ e inclui um arco de circunferência com 4,0 cm de raio e centro também no ponto P, que subtende um ângulo de 120°. Determine (a) o módulo e (b) a orientação do campo magnético $\vec{B}$ para os sentidos das correntes indicados na figura. Determine também (c) o módulo e (d) a direção de $\vec{B}$ se o sentido da corrente i_1 for invertido.

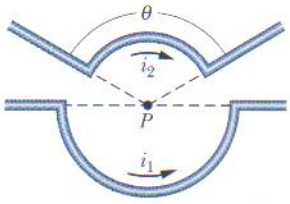


FIG. 29-52 Problema 23.

••24 Uma corrente é estabelecida em uma espira constituída por uma semicircunferência de 4,00 cm de raio, uma semicircunferência concêntrica de raio menor e dois segmentos retilíneos radiais, todos no mesmo plano. A Fig. 29-53*a* mostra o arranjo, mas não está desenhada em escala. O módulo do campo magnético produzido no centro de curvatura é 47,25 μT. Quando a semicircunferência menor sofre uma rotação de 180° (Fig. 29-53*b*) o módulo do campo magnético produzido no centro de curvatura diminui para 15,75 μT e o sentido do campo se inverte. Qual é o raio da semicircunferência menor?

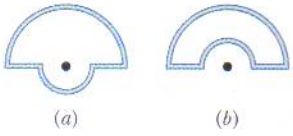


FIG. 29-53 Problema 24.

••25 Na Fig. 29-54 dois fios longos retilíneos (mostrados em seção reta) conduzem correntes $i_1 = 30{,}0$ mA e $i_2 = 40{,}0$ mA dirigidas para fora do papel. Os fios estão à mesma distância da origem, onde criam um campo magnético $\vec{B}$. Qual deve ser o novo valor de i_1 para que $\vec{B}$ sofra uma rotação de 20,0° no sentido horário?

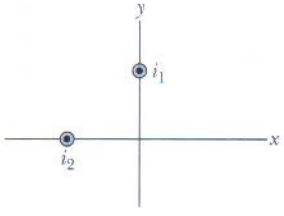


FIG. 29-54 Problema 25.

••26 A Fig. 29-55*a* mostra dois fios. O fio 1 é formado por um arco de circunferência de raio R e dois segmentos radiais e conduz uma corrente $i_1 = 2{,}0$ A no sentido indicado. O fio 2 é longo e retilíneo, conduz uma corrente i_2 que pode ser ajustada e está a uma distância $R/2$ do centro do arco. O campo magnético $\vec{B}$ produzido pelas duas correntes é medido no centro de curvatura do arco. A Fig. 29-55*b* mostra a componente de $\vec{B}$ na direção perpendicular ao plano do papel em função da corrente i_2. A escala horizontal é definida por $i_{2s} = 1{,}00$ A. Determine o ângulo subtendido pelo arco.

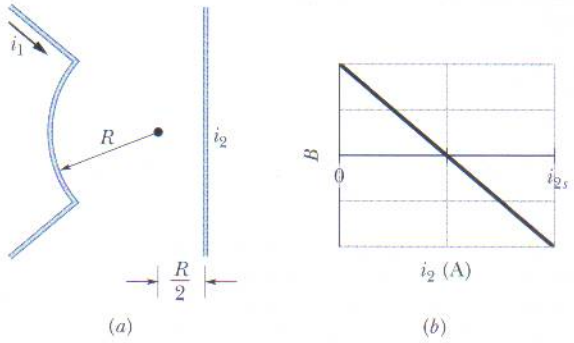


FIG. 29-55 Problema 26.

••27 Um fio longo está sobre o eixo x e conduz uma corrente de 30 A no sentido positivo do eixo x. Um segundo fio longo é perpendicular ao plano xy, passa pelo ponto (0; 4,0 m; 0) e conduz uma corrente de 40 A no sentido positivo do eixo z. Determine o módulo do campo magnético produzido pelos fios no ponto (0; 2,0 m; 0).

••28 Na Fig. 29-56, parte de um fio longo isolado que conduz uma corrente $i = 5{,}78$ mA é encurvada para formar uma espira circular de raio $R = 1{,}89$ cm. Em termos dos vetores unitários, determine o campo magnético C no centro da espira (a) se a espira está no plano do papel; (b) se a espira está perpendicular ao plano do papel, depois de sofrer uma rotação de 90° no sentido anti-horário, como mostra a figura.

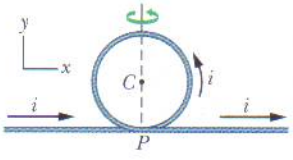


FIG. 29-56 Problema 28.

••29 A Fig. 29-57 mostra, em seção reta, dois fios retilíneos muito longos, ambos percorridos por uma corrente de 4,00 A orientada para fora do papel. A distância entre os fios é $d_1 = 6{,}00$ m e a distância entre o ponto P, eqüidistante dos dois fios, e o ponto médio do segmento de reta que liga os dois fios é $d_2 = 4{,}00$ m. Determine o módulo do campo magnético total produzido no ponto P pelos dois fios.

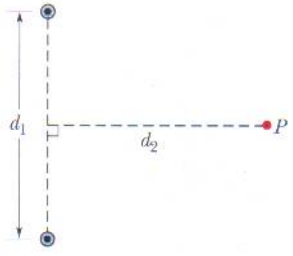


FIG. 29-57 Problema 29.

•••30 A espira percorrida por corrente da Fig. 29-58*a* é constituída por uma semicircunferência com 10,0 cm de raio, uma semicircunferência menor com o mesmo centro e dois segmentos radiais, todos no mesmo plano. A semicircunferência menor sofre uma rotação de um ângulo θ para fora do plano (Fig. 29-58*b*). A Fig. 29-58*c* mostra o módulo do campo magnético no centro de curvatura em função do ângulo θ. A escala vertical é definida por $B_a = 10{,}0\ \mu T$ e $B_b = 12{,}0\ \mu T$. Qual é o raio do semicírculo menor?

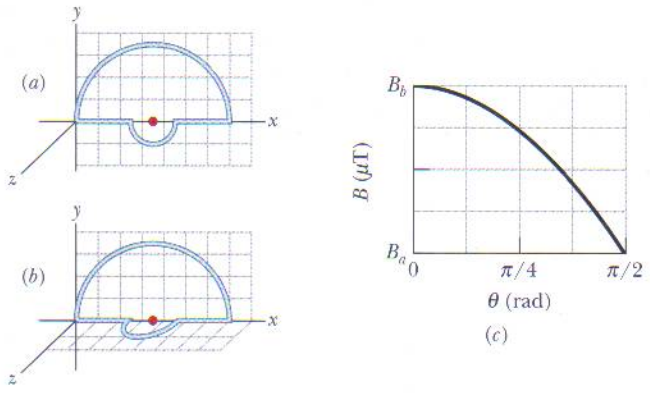


FIG. 29-58 Problema 30.

•••31 A Fig. 29-59 mostra uma seção reta de uma fita longa e fina de largura $w = 4{,}91$ cm que está conduzindo uma corrente uniformemente distribuída $i = 4{,}61\ \mu A$ para dentro do papel. Em termos dos vetores unitários, qual é o campo magnético $\vec{B}$ em um ponto P no plano da fita situado a uma distância $d = 2{,}16$ cm de uma das bordas? (*Sugestão:* Imagine a fita como um conjunto de fios paralelos.)

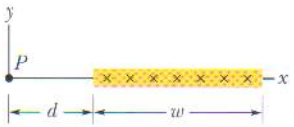


FIG. 29-59 Problema 31.

•••32 A Fig. 29-60 mostra, em seção reta, dois fios retilíneos longos apoiados na superfície de cilindro de plástico de 20,0 cm de raio, paralelamente ao eixo do cilindro. O fio 1 conduz uma corrente $i_1 = 60{,}0$ mA para fora do papel e é mantido fixo no lugar, do lado esquerdo do cilindro. O fio 2 conduz uma corrente $i_2 = 40{,}0$ mA para fora do papel e pode ser deslocado em torno do cilindro. Qual deve ser o ângulo (positivo) θ_2 do fio 2 para que, na origem, o módulo do campo magnético total seja 80,0 nT?

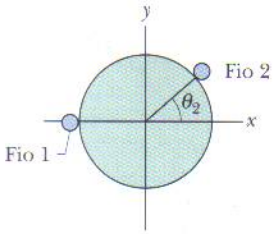


FIG. 29-60 Problema 32.

•••33 Na Fig. 29-61 $a = 4{,}7$ cm e $i = 13$ A. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) do campo magnético no ponto P. (Observe que não se trata de fios longos.)

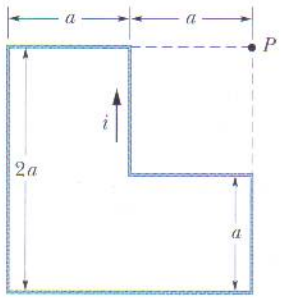


FIG. 29-61 Problema 33.

•••34 Dois fios longos retilíneos percorridos por corrente estão apoiados na superfície de um cilindro longo de plástico de raio $R = 20{,}0$ cm, paralelamente ao eixo do cilindro. A Fig. 29-62*a* mostra, em seção reta, o cilindro e o fio 1, mas não o fio 2. Com o fio 2 mantido fixo no lugar o fio 1 é deslocado sobre o cilindro, do ângulo $\theta_1 = 0°$ até o ângulo $\theta_1 = 180°$, passando pelo primeiro e segundo quadrantes do sistema de coordenadas xy. O campo magnético $\vec{B}$ no centro do cilindro é medido em função de θ_1. A Fig. 29-62*b* mostra a componente B_x de $\vec{B}$ em função de θ_1 (a escala vertical é definida por $B_{xs} = 6{,}0\ \mu T$), e a Fig. 29-62*c* mostra a componente B_y (a escala vertical é definida por $B_{ys} = 4{,}0\ \mu T$). (a) Qual é o ângulo θ_2 que define a posição do fio 2? Determine (b) o valor e (c) o sentido (para dentro ou para fora do papel) da corrente no fio 1. Determine também (d) o valor e (e) o sentido da corrente no fio 2.

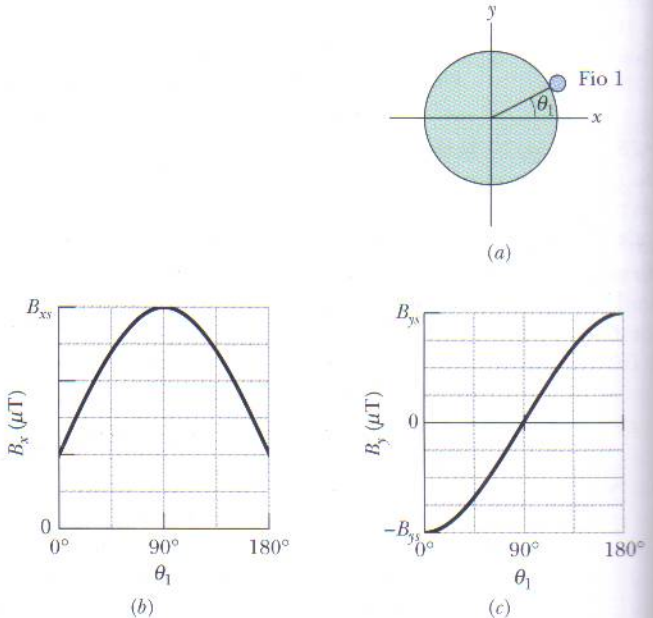


FIG. 29-62 Problema 34.

seção 29-3 Forças entre Duas Correntes Paralelas

•35 A Fig. 29-63 mostra o fio 1 em seção reta; o fio é retilíneo e longo, conduz uma corrente de 4,00 mA para fora do papel e

está a uma distância $d_1 = 2{,}40$ cm de uma superfície. O fio 2, que é paralelo ao fio 1 e também longo, está sobre a superfície a uma distância horizontal $d_2 = 5{,}00$ cm do fio 1 e conduz uma corrente de 6,80 mA para dentro do papel. Qual é a componente x da força magnética *por unidade de comprimento* que age sobre o fio 2?

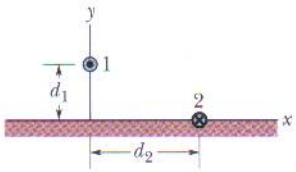


FIG. 29-63 Problema 35.

••36 Na Fig. 29-49 quatro fios retilíneos longos são perpendiculares ao papel, e suas seções retas formam um quadrado de lado $a = 8{,}50$ cm. Todos os fios conduzem correntes de 15,0 A para fora do papel. Em termos dos vetores unitários, qual é a força magnética *por metro de fio* que age sobre o fio 1?

••37 Na Fig. 29-64 cinco fios paralelos longos no plano xy estão separados por uma distância $d = 50{,}0$ cm. As correntes para dentro do papel são $i_1 = 2{,}00$ A, $i_3 = 0{,}250$ A, $i_4 = 4{,}00$ A e $i_5 = 2{,}00$ A; a corrente para fora do papel é $i_2 = 4{,}00$ A. Qual é o módulo da força *por unidade de comprimento* que age sobre o fio 3?

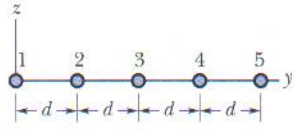


FIG. 29-64 Problemas 37 e 38.

••38 Na Fig. 29-64 cinco fios paralelos longos no plano xy estão separados por uma distância $d = 8{,}00$ cm, têm 10,0 m de comprimento e conduzem correntes iguais de 3,00 A para fora do papel. Em termos dos vetores unitários, determine a força (a) sobre o fio 1; (b) sobre o fio 2; (c) sobre o fio 3; (d) sobre o fio 4; (e) sobre o fio 5.

••39 Na Fig. 29-49 quatro fios retilíneos longos são perpendiculares ao papel, e suas seções retas formam um quadrado de lado $a = 13{,}5$ cm. Todos os fios conduzem correntes de 7,50 A, e as correntes são para fora do papel nos fios 1 e 4 e para dentro do papel nos fios 2 e 3. Em termos dos vetores unitários, qual é a força magnética *por metro de fio* que age sobre o fio 4?

••40 A Fig. 29-65*a* mostra, em seção reta, três fios percorridos por corrente que são longos, retilíneos e paralelos. Os fios 1 e 2 são mantidos fixos sobre o eixo x, separados por uma distância d. O fio 1 conduz uma corrente de 0,750 A, mas o sentido da corrente é desconhecido. O fio 3, com uma corrente de 0,250 para fora do papel, pode ser deslocado ao longo do eixo x, o que modifica a força $\vec{F}_2$ a que está sujeito o fio 2. A componente y dessa força é F_{2y} e o valor por unidade de comprimento do fio 2 é F_{2y}/L_2. A Fig. 29-65*b* mostra o valor de F_{2y}/L_2 em função da coordenada x do fio 3. O gráfico possui uma assíntota $F_{2y}/L_2 = -0{,}627$ μN/m para $x \to \infty$. A escala horizontal é definida por $x_s = 12{,}0$ cm. Determine (a) o valor e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) da corrente no fio 2.

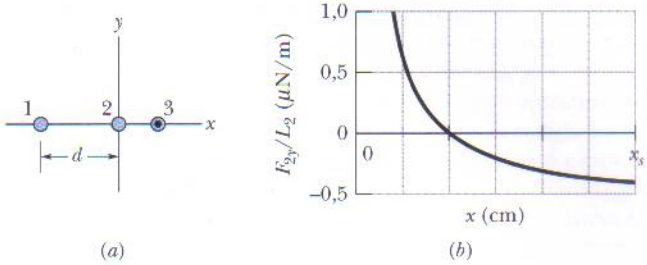


FIG. 29-65 Problema 40.

•••41 Na Fig. 29-66 um fio retilíneo longo conduz uma corrente $i_1 = 30{,}0$ A e uma espira retangular conduz uma corrente $i_2 = 20{,}0$ A. Suponha que $a = 1{,}00$ cm, $b = 8{,}00$ cm e $L = 30{,}0$ cm. Em termos dos vetores unitários, qual é a força a que está submetida a espira?

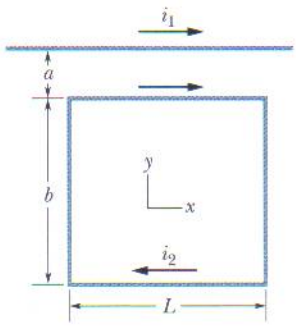


FIG. 29-66 Problema 41.

seção 29-4 Lei de Ampère

•42 A Fig. 29-67 mostra duas curvas fechadas que envolvem duas espiras que conduzem correntes $i_1 = 5{,}0$ A e $i_2 = 3{,}0$ A. Determine o valor da integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ (a) para a curva 1; (b) para a curva 2.

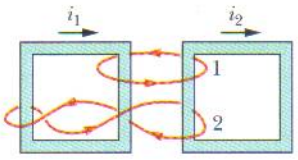


FIG. 29-67 Problema 42.

•43 Os oito fios da Fig. 29-68 conduzem correntes iguais de 2,0 A para dentro ou para fora do papel. Duas curvas estão indicadas para a integral de linha $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$. Determine o valor da integral (a) para a curva 1; (b) para a curva 2.

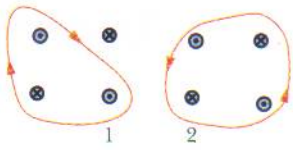


FIG. 29-68 Problema 43.

•44 Oito fios são perpendiculares ao plano do papel nos pontos indicados na Fig. 29-69. O fio k ($k = 1, 2, \ldots, 8$) conduz uma corrente ki, onde $i = 4{,}50$ mA. Para os fios com k ímpar, a corrente é para fora do papel; para os fios com k par, a corrente é para dentro do papel. Determine o valor de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ ao longo da curva fechada mostrada na figura, no sentido indicado.

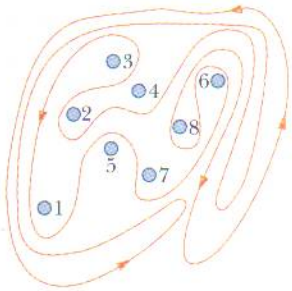


FIG. 29-69 Problema 44.

•45 A Fig. 29-70 mostra uma seção reta de um fio cilíndrico longo de raio $a = 2{,}00$ cm que conduz uma corrente uniforme de 170 A. Determine o módulo do campo magnético produzido pela corrente a uma distância do eixo do fio igual a (a) 0; (b) 1,00 cm; (c) 2,00 cm (superfície do fio); (d) 4,00 cm.

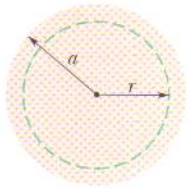


FIG. 29-70 Problema 45.

•46 Em uma certa região existe uma densidade de corrente uniforme de 15 A/m^2 no sentido positivo do eixo z. Determine o valor de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ quando a integral de linha é calculada ao longo de três segmentos de reta, de $(4d, 0, 0)$ para $(4d, 3d, 0)$, de $(4d, 3d, 0)$ para $(0, 0, 0)$ e de $(0, 0, 0)$ para $(4d, 0, 0)$, com $d = 20$ cm.

••47 A densidade de corrente $\vec{J}$ no interior de um fio cilíndrico longo de raio $a = 3{,}1$ mm é paralela ao eixo central, e seu módulo varia linearmente com a distância radial r de acordo com a equação $J = J_0 r/a$, onde $J_0 = 310$ A/m^2. Determine o módulo do campo magnético (a) para $r = 0$; (b) para $r = a/2$; (c) para $r = a$.

••48 Na Fig. 29-71 um cano circular longo de raio externo $R = 2{,}6$ cm conduz uma corrente (uniformemente distribuída) $i = 8{,}00$ mA para dentro do papel, e seu eixo está a uma distância de $3{,}00R$ de um fio paralelo ao cano. Determine (a) o valor e (b) o sentido (para dentro ou para fora do papel) da corrente no fio para que o campo magnético no ponto P tenha o mesmo módulo que o campo magnético no eixo do cano e o sentido oposto.

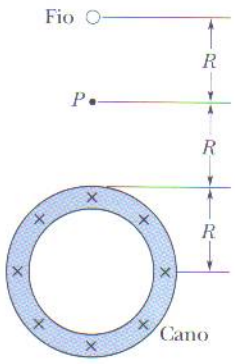


FIG. 29-71 Problema 48.

seção 29-5 Solenóides e Toróides

•49 Um solenóide de 200 espiras com 25 cm de comprimento e 10 cm de diâmetro conduz uma corrente de 0,29 A. Calcule o módulo do campo magnético $\vec{B}$ no interior do solenóide.

•50 Um solenóide com 1,30 m de comprimento e 2,60 cm de diâmetro conduz uma corrente de 18,0 A. O campo magnético no interior do solenóide é 23,0 mT. Determine o comprimento do fio de que é feito o solenóide.

•51 Um toróide de seção reta quadrada, com 5,00 cm de lado e um raio interno de 15,0 cm, tem 500 espiras e conduz uma corrente de 0,800 A. (Ele é feito a partir de um solenóide quadrado, em vez de redondo, como o da Fig. 29-17.) Determine o campo magnético no interior do toróide (a) a uma distância do centro igual ao raio interno; (b) a uma distância do centro igual ao raio externo.

•52 Um solenóide com 95,0 cm de comprimento tem um raio de 2,00 cm e uma bobina com 1200 espiras; a corrente é 3,60 A. Calcule o módulo do campo magnético no interior do solenóide.

••53 Um solenóide longo com 10,0 espiras/cm e um raio de 7,00 cm conduz uma corrente de 20,0 mA. Um condutor retilíneo situado no eixo central do solenóide conduz uma corrente de 6,00 A. (a) A que distância do eixo do solenóide a direção do campo magnético resultante faz um ângulo de 45° com a direção do eixo? (b) Qual é o módulo do campo magnético a essa distância do eixo?

••54 Um elétron é introduzido em uma das extremidades de um solenóide. Ao penetrar no campo magnético uniforme que existe no interior do solenóide a velocidade do elétron é 800 m/s e o vetor velocidade faz um ângulo de 30° com o eixo central do solenóide. O solenóide tem 8000 espiras e conduz uma corrente de 4,0 A. Quantas revoluções o elétron descreve no interior do solenóide antes de chegar à outra extremidade? (Em um solenóide real, no qual o campo não é uniforme perto das extremidades, o número de revoluções é ligeiramente menor que o valor calculado neste problema.)

••55 Um solenóide longo tem 100 espiras/cm e conduz uma corrente i. Um elétron se move no interior do solenóide em uma circunferência de 2,30 cm de raio perpendicular ao eixo do solenóide. A velocidade do elétron é $0{,}0460c$ (c = velocidade da luz). Determine a corrente i no solenóide.

seção 29-6 Uma Bobina Percorrida por Corrente como um Dipolo Magnético

•56 A Fig. 29-72*a* mostra um fio que conduz uma corrente i e forma uma bobina circular com apenas uma espira. Na Fig. 29-72*b* um fio de mesmo comprimento forma uma bobina circular com duas espiras de raio igual à metade do raio da espira da Fig. 29-72*a*. (a) Se B_a e B_b são os módulos dos campos magnéticos nos centros das duas bobinas, qual é o valor da razão B_b/B_a? (b) Qual é o valor da razão μ_b/μ_a entre os momentos dipolares das duas bobinas?

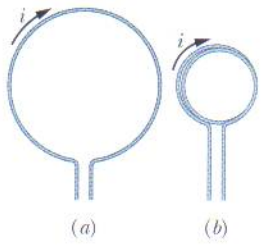


FIG. 29-72 Problema 56.

•57 Qual é o módulo do momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ do solenóide descrito no Problema 49?

•58 A Fig. 29-73 mostra um dispositivo conhecido como bobina de Helmholtz, formado por duas bobinas circulares coa-

xiais de raio $R = 25{,}0$ cm, com 200 espiras, separadas por uma distância $s = R$. As duas bobinas conduzem correntes iguais $i = 12{,}2$ mA no mesmo sentido. Determine o módulo do campo magnético no ponto P, situado sobre o eixo das bobinas, a meio caminho entre elas.

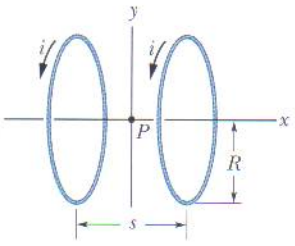


FIG. 29-73 Problemas 58 e 86.

•59 Um estudante fabrica um pequeno eletroímã enrolando 300 espiras de fio em um cilindro de madeira com um diâmetro $d = 5{,}0$ cm. A bobina é ligada a uma bateria que produz uma corrente de 4,0 A no fio. (a) Qual é o módulo do momento dipolar magnético do eletroímã? (b) A que distância axial $z \gg d$ o campo magnético do eletroímã tem um módulo de 5,0 μT (aproximadamente um décimo do campo magnético da Terra)?

••60 Na Fig. 29-74 uma corrente $i = 56{,}2$ mA circula em uma espira formada por dois segmentos radiais e duas semicircunferências de raios $a = 5{,}72$ cm e $b = 9{,}36$ cm com um centro comum P. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para fora da página) do campo magnético no ponto P e (c) o módulo e (d) o sentido do momento magnético da espira.

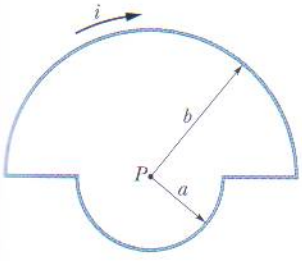


FIG. 29-74 Problema 60.

••61 Na Fig. 29-75 um fio conduz uma corrente de 6,0 A ao longo do circuito fechado *abcdefgha*, que percorre 8 das 12 arestas de um cubo com 10 cm de aresta. (a) Considerando o circuito uma combinação de três espiras quadradas (*bcfgb*, *abgha* e *cdefc*), determine o momento magnético total do circuito em termos dos vetores unitários. (b) Determine o módulo do campo magnético total no ponto de coordenadas (0; 5,0 m; 0).

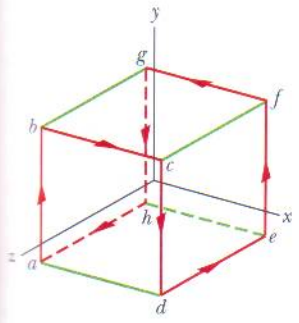


FIG. 29-75 Problema 61.

••62 Na Fig. 29-76*a* duas espiras circulares, com diferentes correntes mas o mesmo raio de 4,0 cm, têm os centros sobre o eixo y. Estão separadas inicialmente por uma distância $L = 3{,}0$ cm, com a espira 2 posicionada na origem do eixo. As correntes nas duas espiras produzem um campo magnético na origem cuja componente y é B_y. Essa componente é medida enquanto a espira 2 é deslocada no sentido positivo do eixo y. A Fig. 29-76*b* mostra o valor de B_y em função da coordenada y da espira 2. A curva tem uma assíntota $B_y = 7{,}20$ μT para $y \to \infty$. A escala horizontal é definida por $y_s = 10{,}0$ cm. Determine (a) a corrente i_1 na espira 1; (b) a corrente i_2 na espira 2.

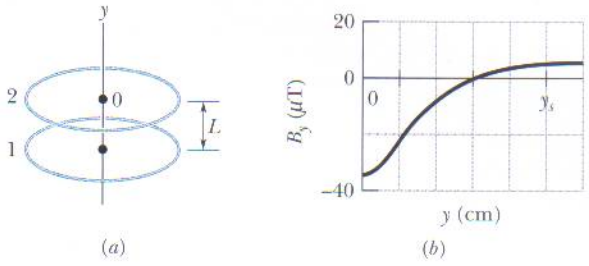


FIG. 29-76 Problema 62.

••63 Uma espira circular com 12 cm de raio conduz uma corrente de 15 A. Uma bobina plana com 0,82 cm de raio e 50 espiras, conduzindo uma corrente de 1,3 A, é concêntrica com a espira. O plano da espira é perpendicular ao plano da bobina. Suponha que o campo magnético da espira é uniforme na região em que se encontra a bobina. Determine (a) o módulo do campo magnético produzido pela espira no centro comum da espira e da bobina; (b) o módulo do torque exercido pela espira sobre a bobina.

Problemas Adicionais

64 A Fig. 29-77 mostra uma espira percorrida por uma corrente $i = 2{,}00$ A. A espira é formada por uma semicircunferência de 4,00 m de raio, dois quartos de circunferência de 2,00 m de raio cada um e três segmentos retilíneos. Qual é o módulo do campo magnético no centro comum dos arcos de circunferência?

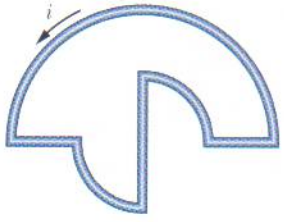


FIG. 29-77 Problema 64.

65 A Fig. 29-78 mostra uma seção reta de um condutor cilíndrico longo de raio $r = 4{,}00$ cm que contém um furo cilíndrico de raio $b = 1{,}50$ cm. Os eixos centrais do cilindro e do furo são paralelos e estão separados por uma distância $d = 2{,}00$ cm; uma corrente $i = 5{,}25$ A está distribuída uniformemente na região sombreada. (a) Determine o módulo do campo magnético no centro do furo. (b) Discuta os casos especiais $b = 0$ e $d = 0$.

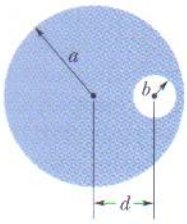


FIG. 29-78 Problema 65.

66 O módulo do campo magnético a 88,0 cm do eixo de um fio retilíneo longo é 7,30 μT. Determine a corrente no fio.

67 Três fios longos são paralelos ao eixo z e conduzem uma corrente de 10 A no sentido positivo do eixo z. Os pontos de interseção dos fios com o plano xy formam um triângulo eqüilátero com 50 cm de lado, como mostra a Fig. 29-79. Um quarto fio (fio b) passa pelo ponto médio da base do triângulo e é paralelo aos outros três fios. Se a força magnética exercida sobre o fio a é zero, determine (a) o valor e (b) o sentido ($+z$ ou $-z$) da corrente no fio b.

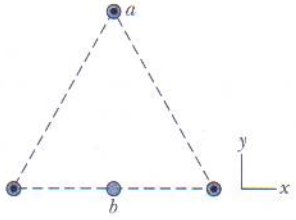


FIG. 29-79 Problema 67.

68 A Fig. 29-80 mostra, em seção reta, dois fios longos paralelos separados por uma distância $d = 10{,}0$ cm; os dois fios conduzem uma corrente de 100 A, que tem o sentido para fora do papel no fio 1. O ponto P está sobre a mediatriz do segmento de reta que liga os dois fios. Em termos dos vetores unitários, determine o campo magnético no ponto P se o sentido da corrente 2 for (a) para fora do papel; (b) para dentro do papel.

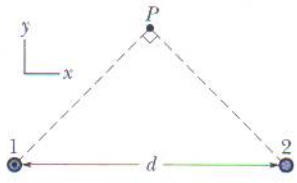


FIG. 29-80 Problema 68.

69 Um fio nu de cobre calibre 10 (ou seja, com 2,6 mm de diâmetro) pode conduzir uma corrente de 50 A sem superaquecer. Para esta corrente, qual é o módulo do campo magnético na superfície do fio?

70 Um fio longo vertical conduz uma corrente desconhecida. Um cilindro oco, longo, de espessura desprezível, coaxial com o fio, conduz uma corrente de 30 mA, dirigida para cima. A superfície do cilindro tem um raio de 3,0 mm. Se o módulo do campo magnético em um ponto situado a 5,0 mm de distância do fio é 1,0 μT, determine (a) o valor e (b) o sentido da corrente no fio.

71 A Fig. 29-81 mostra um segmento de fio de comprimento $\Delta s = 3{,}0$ cm, com o centro na origem, percorrido por uma corrente $i = 2{,}0$ A no sentido positivo do eixo y (como parte de um circuito completo). Para calcular o módulo do campo magnético $\vec{B}$ produzido pelo segmento em um ponto situado a vários metros da origem podemos usar a lei de Biot-Savart na forma $B = (\mu_0/4\pi)i\,\Delta s\,(\text{sen}\,\theta)/r^2$, já que r e θ podem ser considerados constantes para todo o segmento. Calcule $\vec{B}$ (em termos dos vetores unitários) para pontos situados nas seguintes coordenadas: (a) (0; 0; 5,0 m); (b) (0; 6,0 m; 0); (c) (7,0 m; 7,0 m; 0); (d) (−3,0 m; −4,0 m; 0).

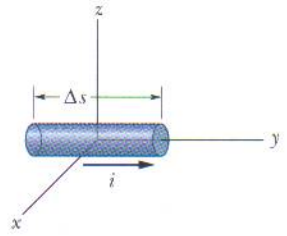


FIG. 29-81 Problema 71.

72 Na Fig. 29-82, uma espira conduz uma corrente $i = 200$ mA. A espira é formada por dois segmentos radiais e dois arcos de circunferência concêntricos de raios de 2,00 m e 4,00 m. O ângulo θ é $\pi/4$ rad. Determine (a) o módulo e (b) o sentido (para dentro ou para for a do papel) do campo magnético no centro de curvatura P.

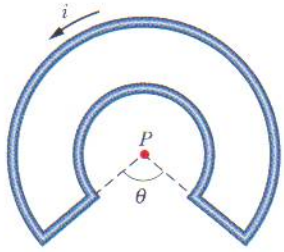


FIG. 29-82 Problema 72.

73 Um fio cilíndrico com 8,00 mm de raio conduz uma corrente de 25,0 A, uniformemente distribuída em sua seção reta. A que distância do eixo central existe um ponto no interior do fio onde o módulo do campo magnético é 0,100 mT?

74 Um fio longo que conduz uma corrente de 100 A é perpendicular às linhas de campo magnético de um campo magnético uniforme cujo módulo é 5,0 mT. A que distância do fio o campo magnético é zero?

75 Duas espiras, uma em forma de circunferência e outra em forma de quadrado, têm o mesmo comprimento L e conduzem a mesma corrente i. Mostre que o campo magnético produzido no centro da espira quadrada é maior que o campo magnético produzido no centro da espira circular.

76 Um fio longo retilíneo conduz uma corrente de 50 A. Um elétron está se movendo com uma velocidade de $1{,}0 \times 10^7$ m/s a 5,0 cm de distância do fio. Determine o módulo da força magnética que age sobre o elétron se a velocidade do elétron é (a) na direção do fio, (b) paralela ao fio no sentido da corrente, (c) perpendicular às direções dos itens (a) e (b).

77 Em termos dos vetores unitários, qual é o campo magnético no ponto P da Fig. 29-83 se $i = 10$ A e $a = 8{,}0$ cm? (Observe que os fios *não* são longos.)

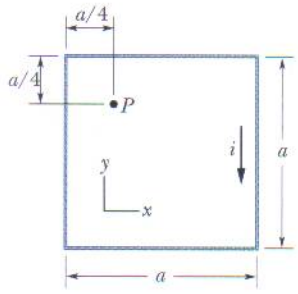


FIG. 29-83 Problema 77.

78 A Fig. 29-84 mostra, em seção reta, dois fios longos paralelos separados por uma distância $d = 18{,}6$ cm. A corrente nos fios é 4,23 A para fora do papel, no fio 1, e para dentro do papel, no fio 2. Em termos dos vetores unitários, qual é o campo magnético no ponto P, situado a uma distância $R = 34{,}2$ cm da reta que liga os dois fios?

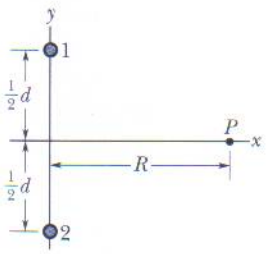


FIG. 29-84 Problema 78.

79 A Fig. 29-85 mostra uma seção reta de uma placa condutora infinita que conduz uma corrente λ por unidade de largura, dirigida para fora do papel. (a) Use a lei de Biot-Savart e a simetria da situação para mostrar que para todos os pontos P acima da placa e para todos os pontos P' abaixo da placa o campo magnético $\vec{B}$ é paralelo à placa e tem o sentido indicado na figura. (b) Use a lei de Ampère para mostrar que $B = \mu_0\lambda/2$ em todos os pontos P e P'.

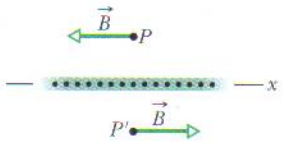


FIG. 29-85 Problema 79.

80 Dois fios longos estão no plano xy e conduzem correntes no sentido positivo do eixo x. O fio 1 está em $y = 10{,}0$ cm e conduz uma corrente de 6,00 A; o fio 2 está em $y = 5{,}00$ cm e conduz uma corrente de 10,0 A. (a) Em termos dos vetores unitários, qual é o campo magnético $\vec{B}$ na origem? (b) Para que valor de y o campo $\vec{B}$ é zero? (c) Se a corrente no fio 1 é invertida, para que valor de y o campo $\vec{B}$ é zero?

81 A Fig. 29-86 mostra uma seção reta de um condutor cilíndrico oco de raios a e b que conduz uma corrente i uniformemente distribuída. (a) Mostre que, no intervalo $b < r < a$, o módulo $B(r)$ do campo elétrico a uma distância r do eixo central do condutor é dado por

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi(a^2 - b^2)}\frac{r^2 - b^2}{r}.$$

(b) Mostre que, para r = a, a equação do item (a) fornece o módulo B do campo magnético na superfície do condutor; para $r = b$, o campo magnético é zero; para b 5 0, a equação fornece o módulo do campo magnético no interior de um condutor cilíndrico maciço de raio a. (c) Faça um gráfico de $B(r)$, no intervalo $0 < r <$ 6 cm, para $a = 2{,}0$ cm, $b = 1{,}8$ cm e $i = 100$ A.

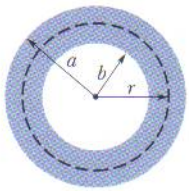


FIG. 29-86 Problema 81.

82 Três longos fios estão no plano xy, são paralelos ao eixo x e guardam entre si uma distância de 10 cm. Os dois fios externos conduzem uma corrente de 5,0 A no sentido positivo do eixo x. Determine o módulo da força que age sobre um trecho de 3,0 m de um dos fios externos se a corrente no fio central é 3,2 A (a) no sentido positivo do eixo x; (b) no sentido negativo do eixo x.

83 Na Fig. 29-87 dois fios muito longos conduzem a mesma corrente i. Ambos seguem um arco de 90° da mesma circunferência de raio R. Mostre que o campo magnético $\vec{B}$ no centro da circunferência é igual ao campo $\vec{B}$ em um ponto situado a uma distância R abaixo de um fio retilíneo muito longo que conduz uma corrente i para a esquerda.

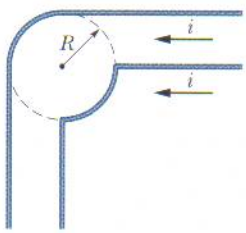


FIG. 29-87 Problema 83.

84 Um fio longo tem um raio maior que 4,0 mm e conduz uma corrente uniformemente distribuída em sua seção reta. O módulo do campo magnético produzido por essa corrente é 0,28 mT em um ponto situado a 4,0 mm do eixo do fio e 0,20 mT em um ponto situado a 10 mm do eixo do fio. Qual é o raio do fio?

85 Um condutor longo, oco, cilíndrico (raio interno 2,0 mm, raio externo 4,0 mm) é percorrido por uma corrente de 24 A distribuída uniformemente na seção reta. Um fio longo e fino coaxial com o cilindro conduz uma corrente de 24 A no sentido oposto. Determine o módulo do campo magnético (a) a 1,0 mm; (b) a 3,0 mm; (c) a 5,0 mm de distância do eixo central do fio e do cilindro.

86 Na Fig. 29-73 um arranjo conhecido como bobina de Helmholtz é formado por duas bobinas coaxiais circulares de N espiras e raio R, separadas por uma distância s. As duas bobinas conduzem uma corrente i no mesmo sentido. (a) Mostre que a derivada primeira do módulo do campo magnético das bobinas, dB/dx, é zero no ponto médio P para qualquer valor de s. Por que é razoável esperar que isso aconteça, tendo em vista a simetria da situação? (b) Mostre que a derivada segunda, d^2B/dx^2, também se anula no ponto P para $s = R$. Isso explica a uniformidade de

B nas proximidades do ponto P para essa distância entre as bobinas.

87 Uma espira quadrada de lado a conduz uma corrente i. Mostre que no centro da espira o módulo do campo elétrico produzido pela corrente é

$$B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 i}{\pi a}.$$

88 Mostre que o módulo do campo magnético produzido no centro de uma espira retangular de comprimento L e largura W, percorrida por uma corrente i, é dado por

$$B = \frac{2\mu_0 i}{\pi}\frac{(L^2 + W^2)^{1/2}}{LW}.$$

89 Uma espira quadrada de lado a conduz uma corrente i. Mostre que o módulo do campo magnético em um ponto sobre uma reta perpendicular ao plano da espira, passando pelo centro da espira, é dado por

$$B(x) = \frac{4\mu_0 i a^2}{\pi(4x^2 + a^2)(4x^2 + 2a^2)^{1/2}},$$

onde x é a distância entre o ponto e o centro da espira.

Mostre que este resultado é compatível com o resultado do Problema 87.

90 A Fig. 29-88 é um desenho esquemático de um canhão eletromagnético. O projétil P é colocado entre dois trilhos de seção reta circular; uma fonte faz passar uma corrente nos trilhos e no projétil, que é feito de material condutor (não é necessário usar um fusível). (a) Seja w a distância entre os trilhos, R o raio dos trilhos e i a corrente. Mostre que o projétil é submetido a uma força para a direita, paralela aos trilhos, cujo módulo é dado aproximadamente por

$$F = \frac{i^2\mu_0}{2\pi}\ln\frac{w + R}{R}.$$

(b) Se o projétil se encontra inicialmente em repouso na extremidade esquerda dos trilhos, determine a velocidade v com a qual é lançado da extremidade direita. Suponha que $i = 450$ kA, $w = 12$ mm, $R = 6{,}7$ cm, $L = 4{,}0$ m e a massa do projétil é 10 g.

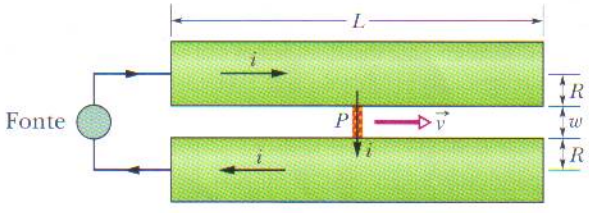


FIG. 29-88 Problema 90.

91 Mostre que um campo magnético uniforme $\vec{B}$ não pode diminuir bruscamente para zero (como pode parecer pela falta de linhas de campo à direita do ponto a na Fig. 29-89) quando nos deslocamos perpendicularmente a $\vec{B}$, ao longo, por exemplo, da seta horizontal da figura. (*Sugestão:* Aplique a lei de Ampère à amperiana retangular indicada pelas retas tracejadas.) Nos ímãs reais, o campo $\vec{B}$ tende a zero gradualmente quando nos afastamos da região entre os pólos. Modifique as linhas de campo da figura para torná-las mais realistas.

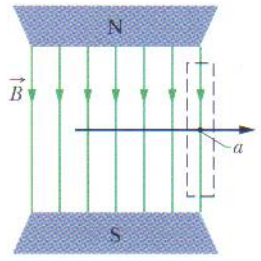


FIG. 29-89 Problema 91.

92 Mostre que se a espessura de um toróide é muito menor que o raio de curvatura a Eq. 29-24 para o campo no interior de um toróide se reduz à Eq. 29-23 para o campo no interior de um solenóide. Explique por que esse resultado é razoável.

93 A Fig. 29-90 mostra uma seção reta de um cabo coaxial longo de raios a, b e c. Correntes i de mesmo valor e sentidos opostos estão uniformemente distribuídas nos dois condutores. Escreva expressões para o módulo do campo magnético $B(r)$ em função da distância radial r (a) para $r < c$; (b) para $c < r < b$; (c) para $b < r < a$; (d) para $r > a$. (e) Teste essas expressões para todos os casos especiais possíveis. (f) Suponha que $a = 2{,}0$ cm, $b = 1{,}8$ cm, $c = 0{,}40$ cm e $i = 120$ A e plote a função $B(r)$ no intervalo $0 < r < 3$ cm.

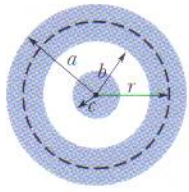


FIG. 29-90 Problema 93.