

Campo Elétrico

- ▶ Se as partículas q_1 e q_2 não se tocam, como elas se afetam??



q_1



q_2

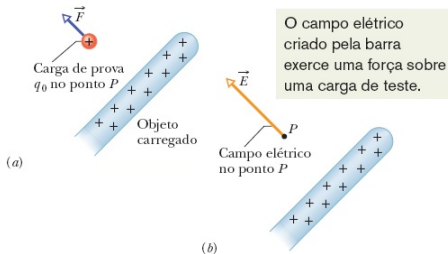
- ▶ Ação a distância? (Newton)
- ▶ Alguma “coisa” que emana das cargas? (Faraday)
 - ▶ Essa coisa tem que estar em todos os lugares ao mesmo tempo!
 - ▶ Campo Elétrico (lembra do Campo de Escoamento de Física 2)

Campo Elétrico

- ▶ Considere uma carga positiva q_0 sob a influência de uma força elétrica $\vec{F}$, situada num ponto P .
- ▶ O Campo Elétrico $\vec{E}$, é definido por:

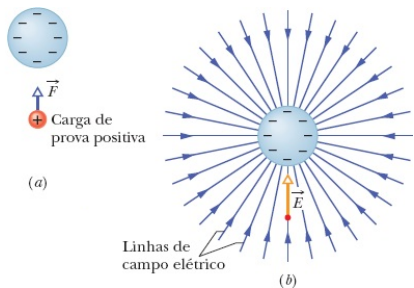
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad \text{N/C.}$$

O vetor $\vec{E}$ é definido **no ponto** P onde a carga de teste está.



- ▶ A força eletrostática é um "puxão, empurrão" que ocorre em uma partícula.
- ▶ O campo elétrico é uma propriedade abstrata criada no espaço por uma carga.

Linhas de Campo Elétrico

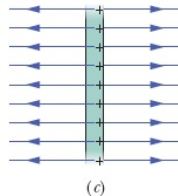
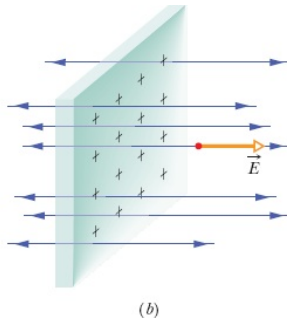
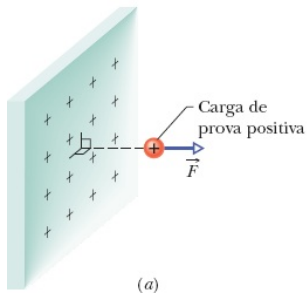


- ▶ (a) Força eletrostática, (b) Linhas de campo
- ▶ Imagine que estas linhas emanam das cargas e permeiam todo o espaço.
- ▶ Analogia, Imagine uma pia cheia de água, com o ralo aberto
 - ▶ O movimento do fluido, o campo vetorial das velocidades, é análogo às linhas de campo.
 - ▶ O ralo sugando a água é análogo à uma carga negativa.

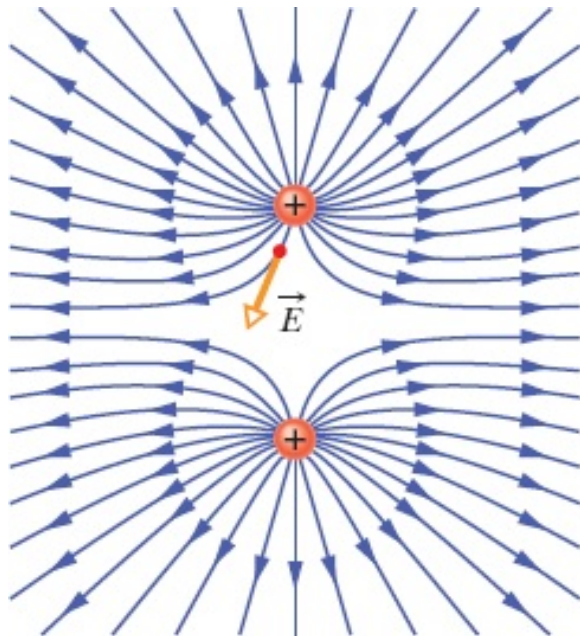
Linhas de Campo Elétrico - Regras

1. O Vetor Campo Elétrico $\vec{E}$ é **sempre** tangente às linhas de campo.
2. O Número de linhas desenhadas por unidade de área, em um plano ortogonal às linhas, é proporcional à intensidade do vetor campo elétrico.
3. As linhas de campo se **afastam** das cargas positivas (onde começam), e se **aproximam** de cargas negativas (onde terminam).

Linhas de Campo Cargas - Exemplos



Linhas de Campo Cargas - Exemplos



Campo Elétrico produzido por uma Carga Puntual

- ▶ Considere uma carga puntual q (de tamanho geométrico tão pequena que parece um ponto).
- ▶ A Força elétrica produzida em uma segunda carga (de teste) q_0 é dada por:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \hat{r},$$

lembrando que o sentido da força é para longe de q se esta for positiva ou em direção a q se esta for negativa.

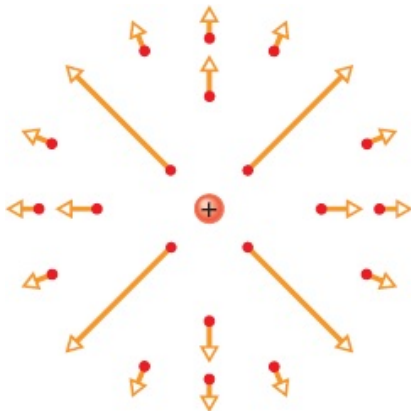
- ▶ O Campo é então:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r},$$

note que o sentido de $\vec{E}$ é para longe de q se esta for positiva e para perto se for negativa.

Campo Elétrico produzido por uma Carga Puntual

- Note que $\vec{E}$ é definido em **todos** os pontos de espaço.



- Direção e sentido radial $\hat{r}$, e módulo $E = kq/r^2$.

Campo causado por várias por cargas.

- ▶ Se uma carga de teste q_0 sofre a força elétrica causada por n outras cargas, a força total sobre ela será:

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} + \cdots + \vec{F}_{0n},$$

e aplicando a definição de campo elétrico, temos que:

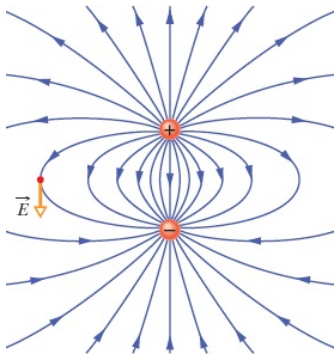
$$\begin{aligned}\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} &= \frac{\vec{F}_{01}}{q_0} + \frac{\vec{F}_{02}}{q_0} + \cdots + \frac{\vec{F}_{0n}}{q_0} = \\ &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n.\end{aligned}$$

Ou seja, o campo elétrico **total** sobre uma partícula é a soma dos campos elétricos produzidos duas-a-duas.

- ▶ Princípio da superposição - (linearidades das equações)

Dipolo Elétrico

- Duas cargas, $+q$ e $-q$ (mesmo módulo mas sinais diferentes), a uma distância d uma da outra:



Dipolo Elétrico - Campo sobre Eixo do dipolo

- ▶ Cargas em $z_- = -(1/2)d$ e $z_+ = (1/2)d$.
- ▶ Calcular os campos $\vec{E}_+$ e $\vec{E}_-$ de cada carga e soma-los.
- ▶ Tudo no eixo dos z . Logo os campos serão $\vec{E} = \pm E \hat{k}$.
- ▶ Vamos considerar um ponto P acima da carga positiva, ou seja

$$z > d/2.$$

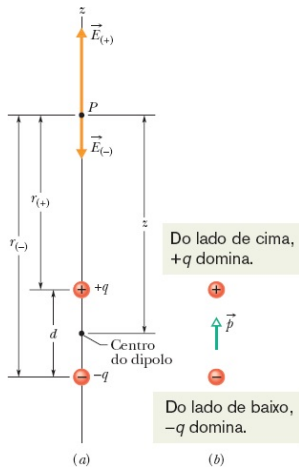
Neste caso, o campo E_- aponta para baixo e o campo E_+ aponta para cima, e o campo resultante será:

$$E = E_+ - E_-,$$

onde os módulos são:

$$E_{\pm} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_{\pm}^2}.$$

Dipolo Elétrico - Campo sobre Eixo do dipolo



$$E = E_+ - E_-$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_+^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_-^2} = \text{colocando a}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{(z - d/2)^2} - \frac{q}{(z + d/2)^2} \right) =$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \left(\frac{1}{\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2} - \frac{1}{\left(1 + \frac{d}{2z}\right)^2} \right)$$

$$= \frac{q}{2\pi\epsilon_0 z^3} \frac{d}{\left(1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2}.$$

Dipolo Elétrico - Campo sobre Eixo do dipolo

Foram usadas as duas formulas:

$$\frac{1}{(z - a)^2} = \frac{1}{z^2(1 - a/z)^2},$$

e

$$\begin{aligned}\frac{1}{(1 - a)^2} - \frac{1}{(1 + a)^2} &= \frac{(1 + a)^2 - (1 - a)^2}{(1 - a)^2(1 + a)^2} = \\ &= \frac{1 + 2a + a^2 - 1 + 2a - a^2}{(1 - a^2)^2} = \frac{4a}{(1 - a^2)^2}.\end{aligned}$$

Dipolo Elétrico - Campo sobre Eixo do dipolo

Então

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 z^3} \frac{d}{\left(1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2},$$

no eixo Z. Mas quando estamos distantes da origem, temos que $z \gg 1$ logo $1/z \ll 1$ e o termo no denominador torna-se apenas 1, e então:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qd}{z^3} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3},$$

onde p é o **momento de dipolo** elétrico.

Em geral p é um vetor: $\vec{p} = q\vec{d}$, onde $\vec{d}$ aponta da carga negativa para a carga positiva.

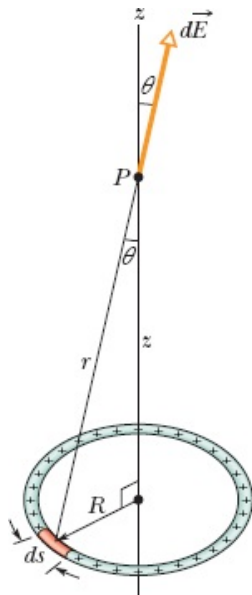
Campo Elétrico produzido por uma Linha de Cargas

Distribuições de cargas: puntual, linear, superficial e volumétrica.

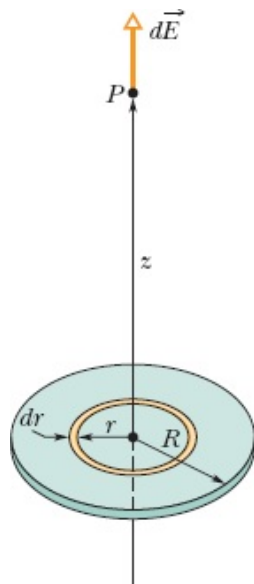
Nome	Símbolo	Unidade SI	Relação
Carga	q	C	dq
Densidade linear de carga	λ	C/m	$dq = \lambda dl$
Densidade superficial de carga	σ	C/m ²	$dq = \sigma ds$
Densidade volumétrica de carga	ρ	C/m ³	$dq = \rho dv$

Ex. Se uma barra tem $\lambda = 1\text{C/m}$, significa que cada metro da barra tem carga 1C, ou que cada centímetro da barra tem carga 0,01C, etc. . .

Campo produzido por um anel carregado.



Campo produzido por um disco carregado.



Carga puntual em um campo Elétrico

- ▶ Coulomb $\rightarrow$ Campo elétrico de carga puntual
- ▶ Campo Elétrico de Carga Puntual $\rightarrow$ Campo elétrico de Distribuição de Cargas
- ▶ E a força de uma distribuição de cargas??

A Força sobre uma carga puntual q em um campo elétrico $\vec{E}$ é dado por

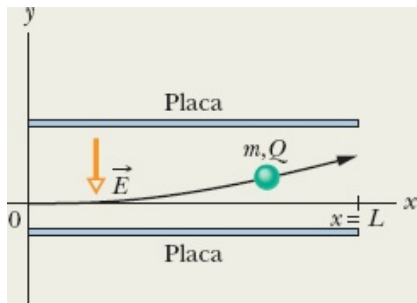
$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

A Força é no sentido do campo se $q > 0$, e no sentido **oposto** se $q < 0$.

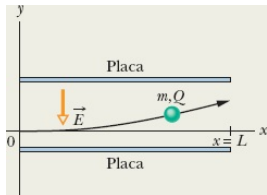
Note: esse campo $\vec{E}$ é produzido pela distribuição de carga **sem considerar** q .

Movimento de uma partícula carregada em um campo elétrico

Partícula de massa $m = 1,3 \times 10^{-10} \text{ kg}$, e carga $Q = -1,5 \times 10^{-13} \text{ C}$, num campo elétrico uniforme $\vec{E} = -E\hat{j} = 1,4 \times 10^6 \text{ N/C}$. A velocidade inicial é $\vec{v} = 18\hat{i} \text{ m/s}$. Se o comprimento das placas é de $L = 1,6 \text{ cm}$, qual é a deflexão da partícula na direção y ? Ignore a gravidade.



Movimento de uma partícula carregada em um campo elétrico



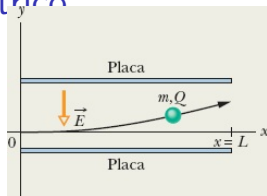
Força resultante e 2a lei de Newton:

$$\begin{cases} F_x = 0, \\ F_y = ma_y \rightarrow a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{QE}{m}. \end{cases}$$

Como E é constante, a força é constante e o mov. é uniformemente variado. Equações horárias:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_x t = v_x t, \\ y(t) = y_0 + v_{y0} t + at^2/2 = at^2/2 = \frac{QE}{2m} t^2. \end{cases}$$

Movimento de uma partícula carregada em um campo elétrico



$$\begin{cases} x(t) = v_x t, \\ y(t) = \frac{QE}{2m} t^2. \end{cases}$$

Como a placa tem comprimento L , podemos calcular o tempo t para chegar lá:

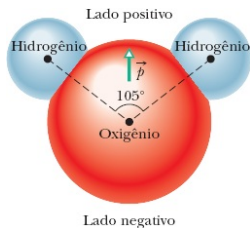
$$t = \frac{L}{v_x},$$

e assim, substituir este tempo na equação do y :

$$\begin{aligned} y &= \frac{QE}{2m} \frac{L^2}{v_x^2} = \\ &= \frac{1,5 \times 10^{-13} 1,4 \times 10^6 (1,6 \times 10^{-2})^2}{2 \cdot 1,3 \times 10^{-10} 18^2} = \\ &= 0,64 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Dipolo em um campo elétrico

Dipolos elétricos são importantes!



Em um campo elétrico:

Qual é a carga total de um dipolo?

Qual é a força total em um dipolo?

Qual é o movimento de translação de um dipolo?

Dipolo em um campo elétrico

- ▶ Como $Q_{tot} = 0$, a força total é zero, o Centro de Massa do Dipolo move-se em MRU ($\vec{v}$ constante).
- ▶ Mas partes individuais do dipolo podem se mexer!

A carga positiva **vai ser** puxada no sentido do campo $\vec{E}$.

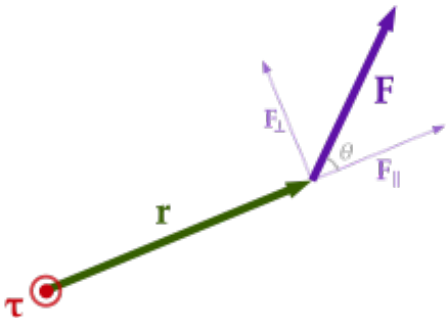
A carga negativa **vai ser** puxada no sentido contrário do campo $\vec{E}$.

Se as cargas não estiverem *presas* (hastes, ou ligações químicas), elas vão se afastar!

- ▶ Mesmo com o CM fixo, o sistema pode **girar** $\rightarrow$ Torque.

Torque do Dipolo em um campo elétrico

- ▶ Em duas dimensões:
 - ▶ torque τ aplicado em uma partícula no ponto P
 - ▶ com relação a uma origem O,
- ▶ é dado por: $\tau = Fd \sin \theta$
 - ▶ F é a força aplicada na partícula,
 - ▶ d é a distância entre a partícula e a origem O,
 - ▶ θ é o ângulo entre o vetor Força e o vetor radial de O até P.
- ▶ τ é positivo se a força rodar a partícula no sentido anti-horário.



Torque do Dipolo em um campo elétrico

- ▶ Dipolo no eixo dos x , com $-q$

$$\begin{cases} -q \text{ em } x=-d/2 \\ +q \text{ em } x=d/2. \end{cases}$$

- ▶ Campo elétrico uniforme E , no plano $x - y$ apontando em um ângulo θ
- ▶ Nas cargas

$$\begin{cases} F_+ = qE, & \tau_+ = qE(d/2) \sin \theta \\ F_- = -qE, & \tau_- = -qE(-d/2) \sin \theta \text{ (o mesmo ângulo)} \end{cases}$$

- ▶ O torque total é:

$$\tau = qdE \sin \theta = pE \sin \theta,$$

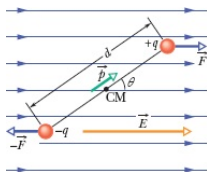
p é o momento de dipolo.

Torque do Dipolo em um campo elétrico

Essa fórmula é generalizada em 3D:

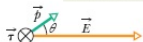
$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E},$$

o produto vetorial entre $\vec{p}$ e $\vec{E}$.



(a)

O torque tende a alinhar o dipolo com o campo.



(b)

Carga $+q$ roda no sentido horário.

Torque negativo.

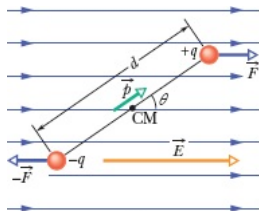
Carga $-q$ **também** roda no sentido horário. Torque negativo.

Os torque (negativos) se somam:

$$\tau = -pE \sin \theta,$$

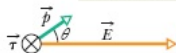
e aponta para **dentro** da tela/quadro/papel.

Energia potencial do Dipolo em um campo elétrico



(a)

O torque tende a alinhar o dipolo com o campo.

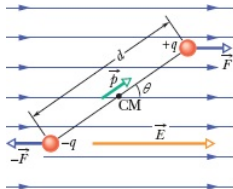


(b)

Força depende da posição das partículas $\rightarrow$ Energia potencial!

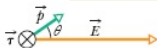
Note que existe uma tendência ao equilíbrio $\rightarrow$ oscilação.

Energia potencial do Dipolo em um campo elétrico



(a)

O torque tende a alinhar o dipolo com o campo.

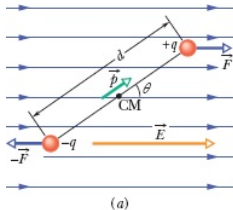


(b)

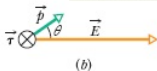
Energia potencial é o negativo do trabalho:

$$U = -W = - \int F dx.$$

Energia potencial do Dipolo em um campo elétrico



O torque tende a alinhar o dipolo com o campo.



Energia potencial é o negativo do trabalho:

$$U = -W = - \int F dx.$$

Aqui o movimento é de rotação.

$$U(\theta) = -W = - \int_{x_0}^x F dx = - \int_{\theta_0}^{\theta} \tau d\theta.$$

Energia potencial do Dipolo em um campo elétrico

Escolhamos o ponto zero θ_0 tal que o trabalho da força elétrica a partir desta configuração seja **positivo**. Note que $\theta_0 = 90^\circ$ é esta configuração.

(trabalho positivo $\rightarrow$ Força **ajuda** no movimento).

Assim:

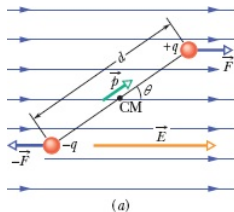
$$\begin{aligned} U &= \int_{90^\circ}^{\theta} pE \sin \theta d\theta = [pE(-\cos \theta)]_{90^\circ}^{\theta} = \\ &= -pE \cos \theta. \end{aligned}$$

Vetorialmente:

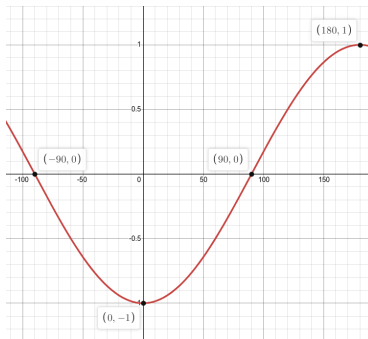
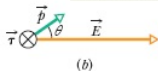
$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E},$$

onde temos o negativo do produto escalar entre $\vec{p}$ e $\vec{E}$.

Energia potencial do Dipolo em um campo elétrico



O torque tende a alinhar o dipolo com o campo.



- ▶ Com $\theta = 90^\circ$, $U = 0$,
- ▶ Com $\theta = 0$, $U = -pE$,
- ▶ Com $\theta = -90^\circ$, $U = 0$.

Assim o ponto $\theta = 0$ é o ponto de menor energia potencial, logo é o ponto de equilíbrio.