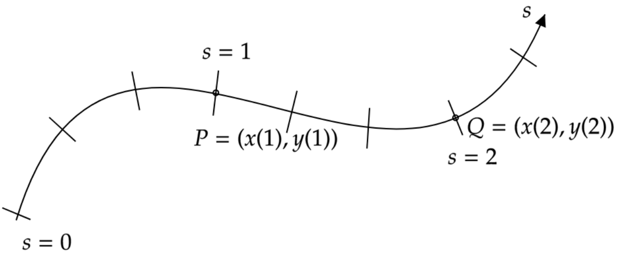
Energia Potencial Elétrica e Potencial Elétrico

Vamos lembra de mecânica (Física 1)

- O trabalho W de uma força $\vec{F}$ realizado em um caminho c é dado por
$$W = \int_c \vec{F} \cdot d\vec{x},$$
- Em geral, o trabalho **depende** do percurso c.
  - atrito, $F = \mu v$, viscosidade, $F = \frac{1}{2}\rho v^2$.
  - Note que F depende de v.
- Mas, para uma força **conservativa**, o trabalho é indenpendente do percurso.
  - gravidade, $F = mg$, elástica $F = -kx$
  - Note que F é constante ou depende de x
- A força elétrica é conservativa?
$$\vec{F} = \frac{kqQ}{r^2}\hat{r}.$$

Recapitulação sobre integral de linha

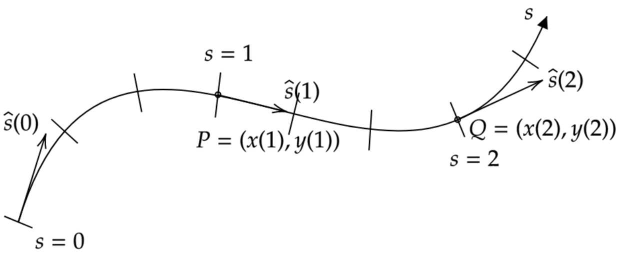
- A Integral
$$W = \int_c \vec{F} \cdot d\vec{x},$$
na verdade esconde uma sutileza matemática: o termo $\vec{dx}$ não é exatamente o que voce pensa! Vamos clarifica.
- Primeiro temos que ter um "Caminho"- uma curva no espaço (digamos 2D) parametrizada por um parâmetro s:
$$x = x(s), \qquad y = y(s),$$
onde s indica onde estamos no caminho.



Recapitulação sobre integral de linha

Em cada ponto $P = (x(s), y(s))$ sobre a linha s podemos definir um vetor unitário $\hat{s}$ que aponta na direção tangencial à curva s:

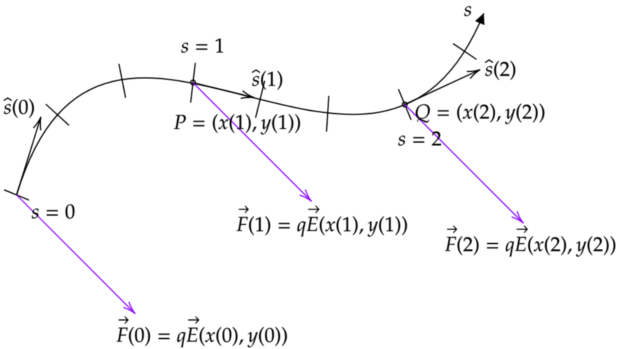
$$\hat{n} = \left(\frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds} \right).$$



Recapitulação sobre integral de linha

Finalmente, temos a Força agindo que é definida ao longo do caminho s. Ou um Campo elétrico definido neste caminho:

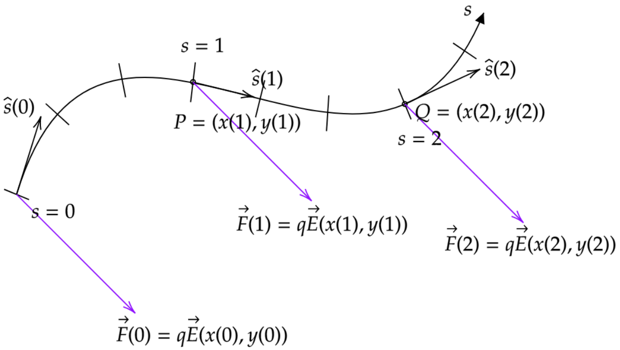
$$\vec{F} = \vec{F}(s) = \vec{F}(x(s), y(s), \quad \vec{E} = \vec{E}(x(s), y(s)).$$



Recapitulação sobre integral de linha

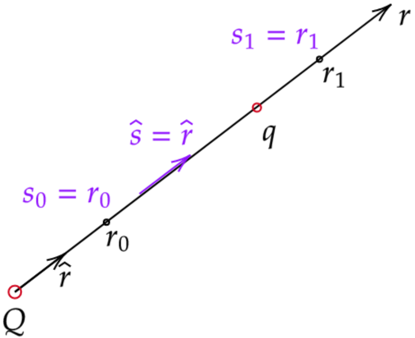
Assim a fórmula do Trabalho e escrita detalhadamente como:

$$W = \int_s \vec{F}(s) \cdot \hat{s}(s) ds = \int_s \vec{F}(x(s), y(s)) \cdot \hat{s}(x(s), y(s)) ds.$$

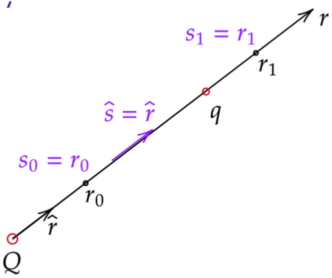


Força elétrica é conservativa

- A Força Elétrica é esfericamente simétrica - Então vamos olhar primeiro caminhos radiais:
- Vamos transportar uma carga em uma linha reta radial da posição r_1 para a posição r_2. Para isso precisamos definir cuidadosamente:
  - A curva s e sua relação com a coordenada r,
  - O vetor tangencial $\hat{s}$,
  - O vetor campo elétrico em termos de s.



Força elétrica é conservativa



- $s = r$, $\hat{s} = \hat{r}$. Assumindo duas cargas positivas q e Q:

$$W = \int_c \vec{F}(s) \cdot \hat{s} \; ds = \int_c \frac{kqQ}{r^2} \hat{r} \cdot \hat{r} \; ds =$$

$$= \int_{r_0}^{r_1} \frac{kqQ}{r^2} dr = -\frac{kqQ}{r}\bigg|_{r_0}^{r_1} = kqQ \left(-\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_0} \right)$$

Se $r_1 > r_0$, teremos $1/r_1 < 1/r_0$ que o trabalho será positivo: A força elétrica estará ajudando.

Força elétrica é conservativa

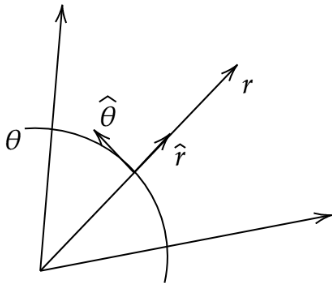
$$W = kqQ\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}\right).$$

Se ambas as cargas forem de **mesmo sinal**, o trabalho será **positivo** quando as cargas se **afastam**: a força elétrica *ajuda*.

Quando levamos a carga q da posição r para o infinito, o trabalho será: $W = kqQ/r$.

Força elétrica é conservativa

- Para um caminho circular: basta ver que o vetor tangencial $\hat{s} = \hat{\theta}$ que é ortogonal ao vetor $\hat{r}$.



$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{kqQ}{r^2} \hat{\theta} \cdot \hat{r} = 0.$$

- Assim: O trabalho W só depende das distâncias iniciais e finais, e não da maneira que chega la: **Conservativa**.

Energia potencial elétrica

- Como $\vec{F}$ é conservativa, podemos definir uma **energia potencial**, usando um teorema do cálculo:
  - Se $W = \int_c F(r)dr$ só depende dos pontos finais e iniciais, podemos fazer:

$$F(r) = -\frac{dU(r)}{dr},$$

logo

$$W = \int -\frac{dU}{dr}dr = -\int dU = -U(r)|_a^b = U(a) - U(b),$$

que só depende dos pontos iniciais e finais.

Energia potencial elétrica

- O sinal negativo é uma **convenção**:
  - o movimento **natural** ser o de **redução** de energia potencial.

E assim temos também a prova to teorema do trabalho energia:

$$W = -\Delta U.$$

Energia potencial elétrica entre duas cargas puntuais

Considere duas cargas Q e q. Inicialmente a uma distância r_1 e depois numa distância r_2 maior.

O Trabalho e a energia potencial são:

$$W = -\Delta U = U(r_1) - U(r_2) = kqQ\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

- Para definir U precisamos do **ponto de energia potencial zero**, isso é arbitrário.
- Exemplo: Se fizermor $U(r_1) = 0$, teremos que:

$$U(r) = kqQ\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right),$$

como a função energia potencial.

Energia potencial elétrica entre duas cargas puntuais

- É convencional definir a energia potencial no infinito como sendo zero:

$$U(r = \infty) = 0,$$

ou seja quando a separação é infinita não temos energia nenhuma. Assim temos

$$U(r) = \frac{kqQ}{r}.$$

Energia potencial para levar e trazer uma carga do Infinito até uma distância r

Considere uma carga positiva Q na origem, e uma carga positiva q no ponto r.

Já vimos que o trabalho do campo elétrico, e a mudança da energia potencial elétrica quando a carga q é levada para o infinito é

$$W = kqQ/r, \quad \Delta U = -kqQ/r.$$

Ou seja, como o trabalho é positivo, ou equivalentemente, a mudança de U é negativa, esse é a tendência **natural** de movimento do sistema: ele se desenergisa, relaxa, etc. . .

Energia potencial para levar e trazer uma carga do Infinito até uma distância r

O movimento contrário, trazer uma carga positiva q do infinito para perto de uma carga positiva Q é

$$W = -kqQ/r, \qquad \Delta U = +kqQ/r,$$

ou seja, exige trabalho externo para acontecer, energia precisa ser fornecida ao sistema para aumentar a quantidade de energia potencial.

O Trabalho da força externa é exatamente o negativo do trabalho da força eleétrica:

$$W_{ext} = kqQ/r.$$

Potencial Elétrico

A partir da força elétrica $\vec{F}$ podemos definir um campo elétrico:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0},$$

podemos fazer o mesmo com a energia potencial U. Considerando uma carga Q e uma carga de teste q_0, definimos o **Potencial Elétrico** como sendo:

$$V = \frac{U}{q_0}.$$

Note que V está para U assim como $\vec{E}$ está para $\vec{F}$.

O Potencial elétrico é medido em Volts: $1\text{V} = 1\text{J/C}$.

O Campo Elétrico pode ser medido em: $1\text{N/C}=1(\text{J/m})/\text{C}=1\text{V/m}$.

Potencial e Campo

Note que:

$$W = \int_c \vec{F} \cdot d\vec{s} = -\Delta U,$$

Dividindo tudo por q_0, temos

$$W/q_0 = \int_c \frac{\vec{F}}{q_0} \cdot d\vec{s} = -\Delta U/q_0,$$

ou

$$\int_c \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\Delta V.$$

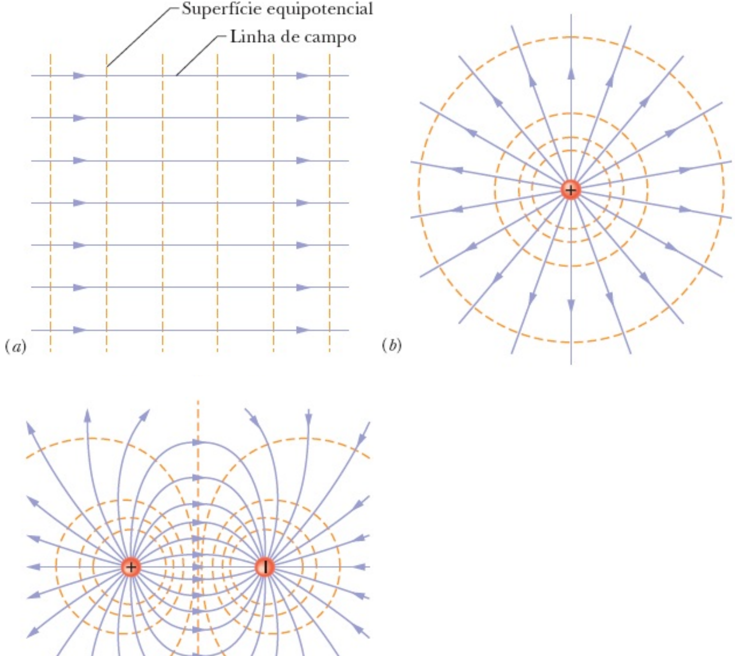
Superfícies Equipotenciais

$$\int_c \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\Delta V.$$

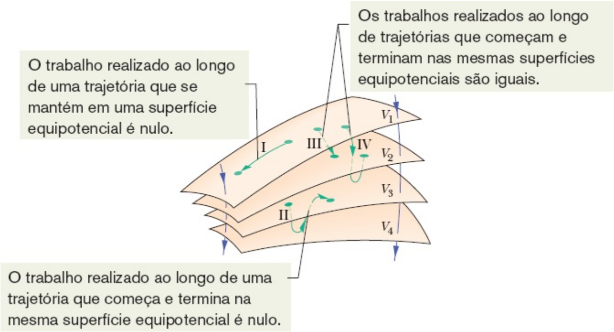
E essa equação é poderosa: Não haverá mudança de potencial se a trajetoria for **ortogonal** às linhas de campo elétrico.

Assim, existem superfícies onde não ocorre mudança de potencial elétrico, as **superfícies equipotenciais**.

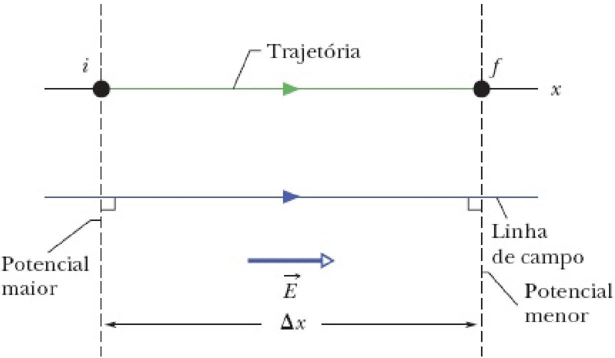
Superfícies Equipotenciais



Superfícies Equipotenciais



Movimento de uma carga positiva em um campo elétrico



- Se $q > 0$ ela vai do MAIOR para o MENOR potencial - Imagine um escorregador!
- Se $q < 0$ ela vai do MENOR para o MAIOR potencial - como se elas "caíssem para cima".

Campo constante

Para um campo constante:

$$\Delta V = -\int_c \vec{E} \cdot d\vec{s} = -E \int_c \cos\theta(s) ds.$$

Precisa saber os ângulos entre o campo constante e a trajetória.

Se a trajetória for uma linha reta, θ é constante:

$$\Delta V = -E \cos\theta \int_{x_0}^{x_1} dx = -E \cos\theta \Delta x.$$

Se a trajetória for **paralela** ao campo, $\theta = 0$, e então:

$$\Delta V = -E \Delta x.$$