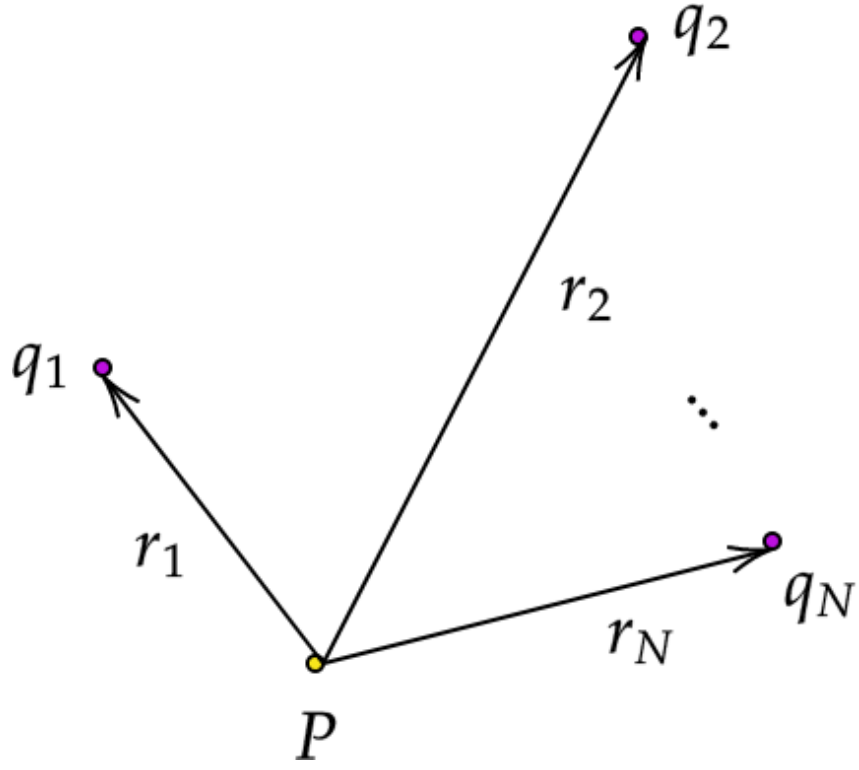
Energia Potencial de um sistema de partículas

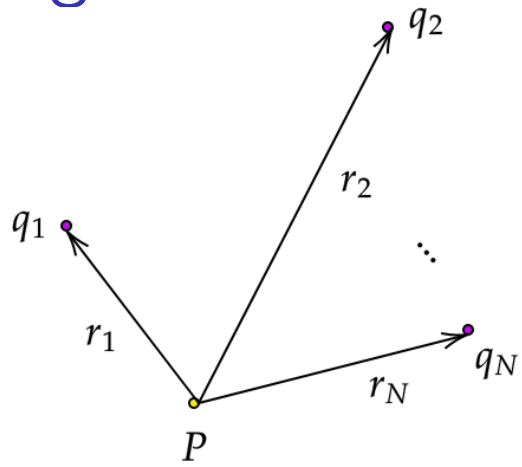


- Para um sistema de várias cargas, lembre que para o Campo Elétrico:

$$\vec{E}_{\text{tot}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_N = \Sigma_{i=1}^{N} \vec{E}_i.$$

O mesmo ocorre com o Potencial Elétrico.

Energia Potencial de um sistema de partículas



- O Potencial Elétrico produzido por uma única carga q a uma distância r, é dado por

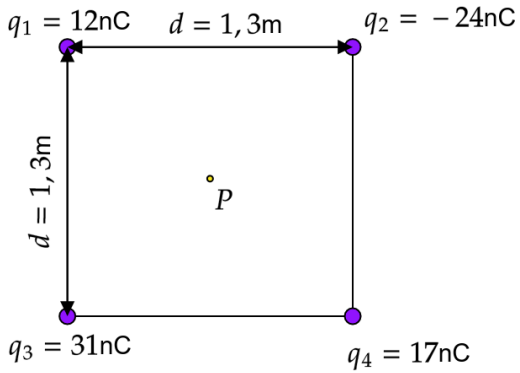
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r},$$

se tivermos várias N cargas, situadas a distâncias $r_1, r_2, \ldots, r_N$ da origem, temos que o potencial total será a soma:

$$V_{\text{tot}} = V_1 + V_2 + \ldots V_N = \Sigma_{i=1}^{N} V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\Sigma_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i}.$$

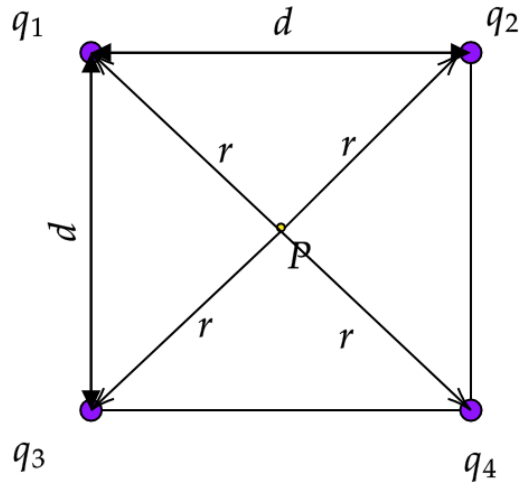
Potencial de Sistema de Partículas

- No sistema abaixo, calcule o Potencial Elétrico no ponto P (centro do quadrado).



Potencial de Sistema de Partículas

- Cálculo das distâncias r_i:



$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 \quad = \quad r \to r^2 = (d/2)^2 + (d/2)^2 = d^2/2$$

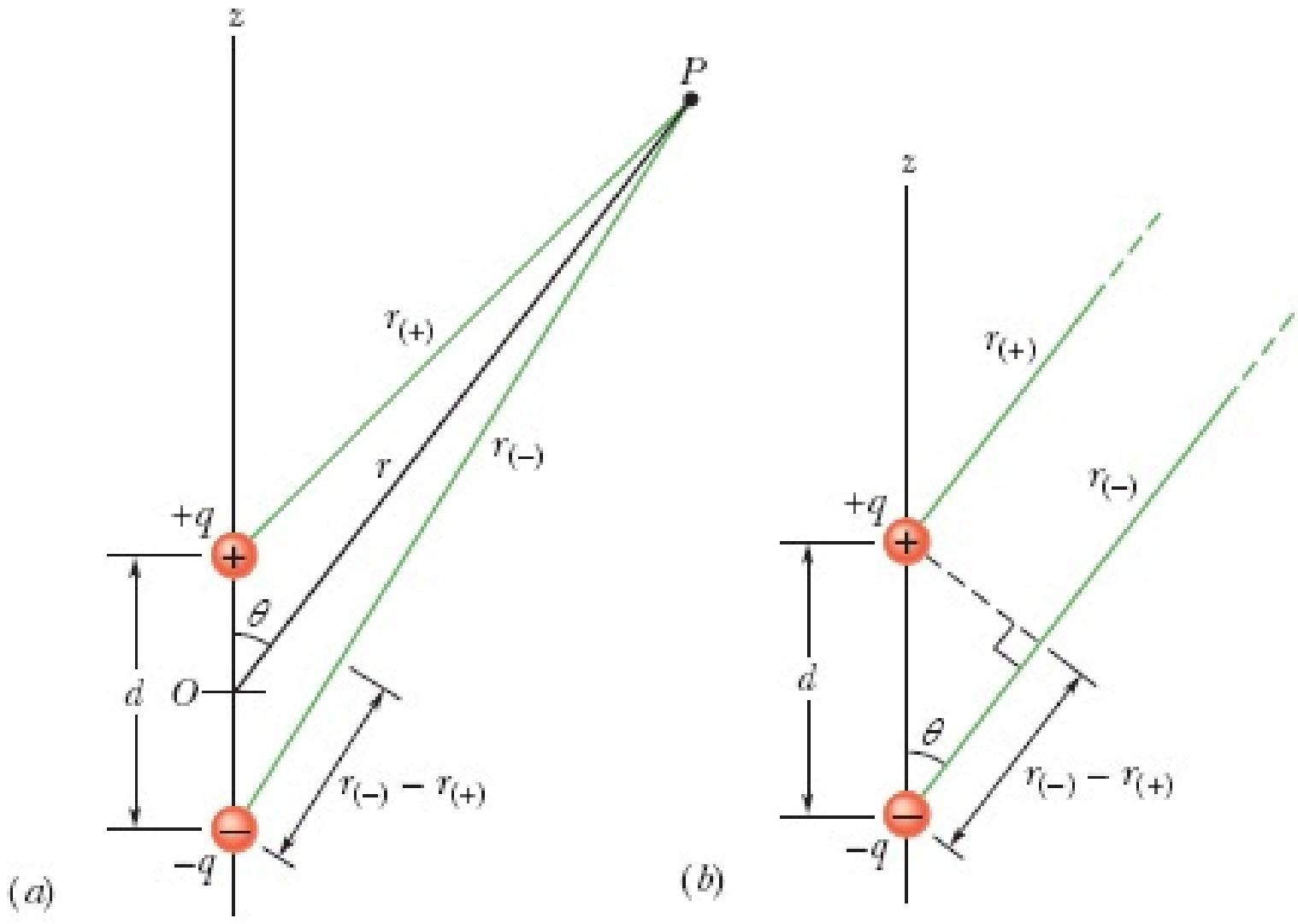
$$r = \frac{d}{\sqrt{2}} = d\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Potencial de Sistema de Partículas

- Agora calculamos o potencial de cada partícula no ponto P e somamos tudo:

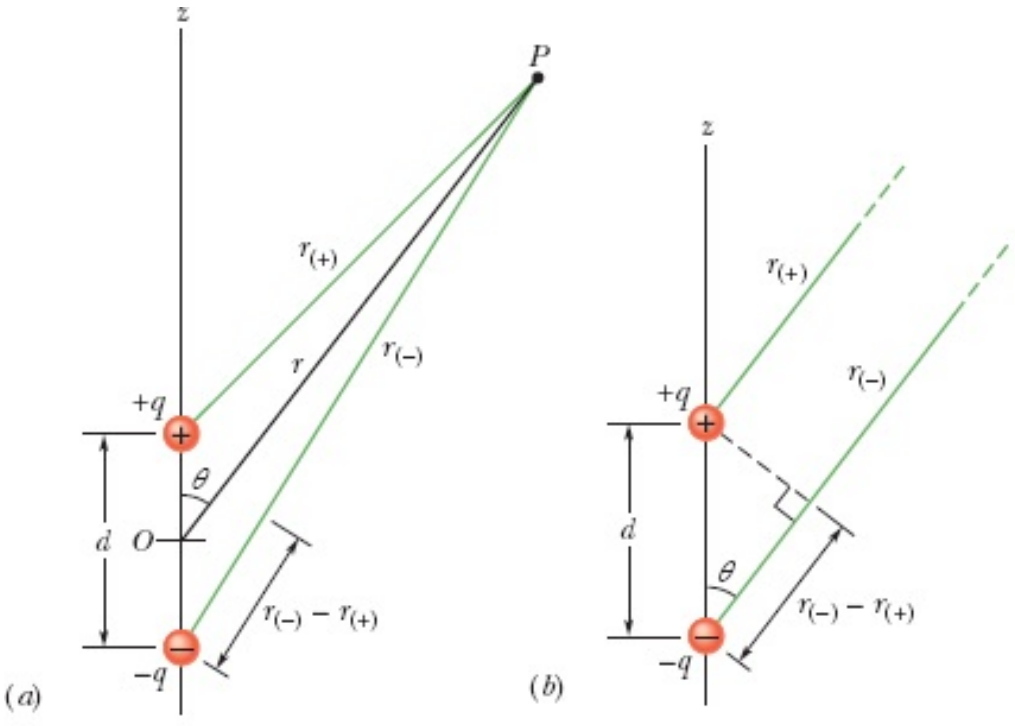
$$
\begin{aligned}
V_P &= V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{r} + \frac{q_2}{r} + \frac{q_2}{r}\right) = \\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r}\left(q_1 + q_2 + q_3 + q_4\right) = \frac{q_{tot}}{4\pi\epsilon_0 r} = \\
&= \frac{12\times10^{-9} - 24\times10^{-9} + 31\times10^{-9} + 17\times10^{-9}}{4\pi\epsilon_0 d\sqrt{2}/2} = \\
&= \frac{36\times10^{-9}}{8,82\times10^{-12}\cdot 4\cdot 3,14\cdot 1,3\cdot 0,707} = \frac{36\times10^{3}}{102} = 350\text{V}.
\end{aligned}
$$

Potencial do Dipolo Elétrico num ponto P distante.



Onde $r >> d$ e assim os raios r_+ e r_- são quase paralelos.

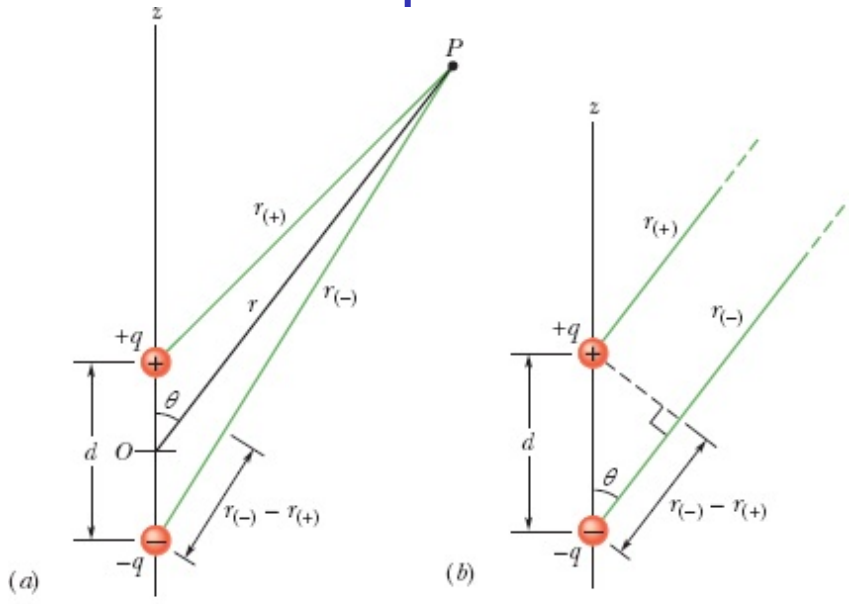
Potencial do Dipolo Elétrico num ponto P distante.



$$V = V_+ + V_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q}{r_+} + \frac{-q}{r_-}\right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{r_- - r_+}{r_- r_+}\right).$$

Este fórmula é exata.

Potencial do Dipolo Elétrico num ponto P distante.



- Como os raios são quase paralelos, podemos usar o diagrama da direita:

$$r_- - r_+ \approx d\cos\theta$$

- Já o produto (porque $r >> d$):

$$r_+ \approx r_- \approx r \rightarrow r_- r_+ \approx r^2,$$

ou

$$r_- r_+ \approx (r_+ + d\cos\theta)(r_+) = r_+^2 + r_+ d\cos\theta \approx r_+^2 \approx r^2.$$

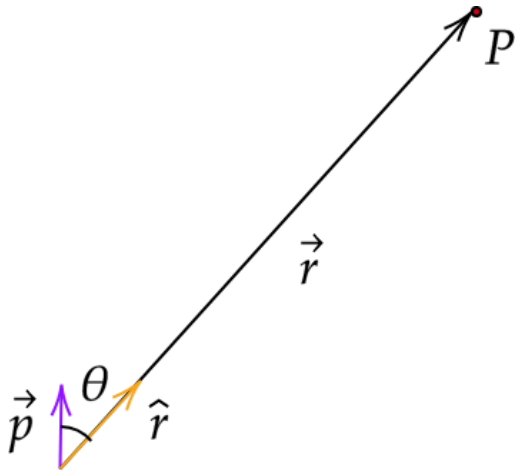
Potencial do Dipolo Elétrico num ponto P distante.

- Assim, o potencial elétrico de um dipolo elétrico é dado por:

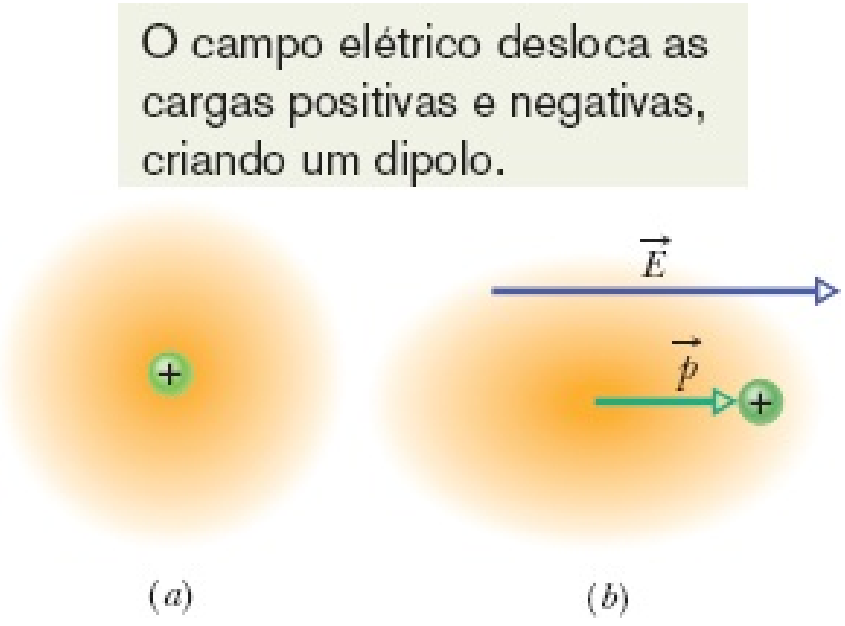
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qd\cos\theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2},$$

- ou usando o vetor $\vec{p} = q\vec{d}$, e o vetor posição do ponto P, $\vec{r}$:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{r^2}.$$



Momento de Dipolo Induzido



- Certas moléculas, naturalmente despolarizadas $p = 0$ podem adquirir um momento de dipolo não nulo quando sob a influência de um Campo Elétrico.

Potencial Elétrico produzido por uma distribuição continua de cargas

- Com distribuição contínua de cargas (não cargas puntuais) precisamos usar o cálculo:

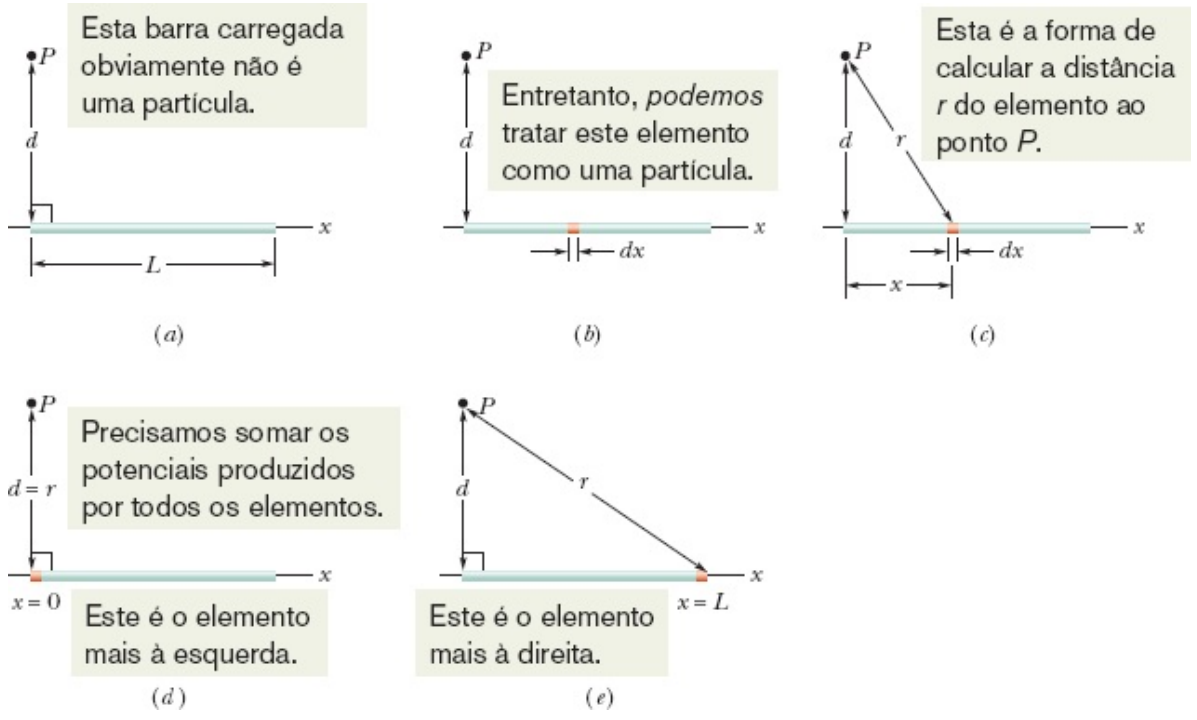
$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{r},$$

onde

- Distribuição linear: $q \to dq = \lambda dl$,
- Distribuição superficial: $q \to dq = \sigma da$,
- Distribuição volumétrica: $q \to dq = \rho dv$.

Linha de cargas

- Considere uma barra infinida, reta, carregada uniformemente, com distribuição linear de carga λ C/m. Calcule o potencial a uma distância d da linha.



$$dV = k\frac{dq}{r} = k\frac{\lambda dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}}.$$

Linha de cargas

- Assim,

$$dV = k\frac{dq}{r} = k\frac{\lambda dx}{(x^2+d^2)^{1/2}}.$$

$$\begin{aligned}
V &= \int dV = \\
&= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\int_0^L \frac{dx}{(x^2+d^2)^{1/2}} = \\
&= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\left[\ln\left(x+(x^2+d^2)^{1/2}\right)\right]_0^L = \\
&= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\left[\ln\left(L+(L^2+d^2)^{1/2}\right)-\ln d\right] = \\
&= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\left[\ln\left(\frac{L+(L^2+d^2)^{1/2}}{d}\right)\right].
\end{aligned}$$

Se a barra for infinita

Note: Se a barra for infinita $L = \infty$, e o potencial será infinito!

$$\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\left[\ln\left(\frac{L+(L^2+d^2)^{1/2}}{d}\right)\right].$$

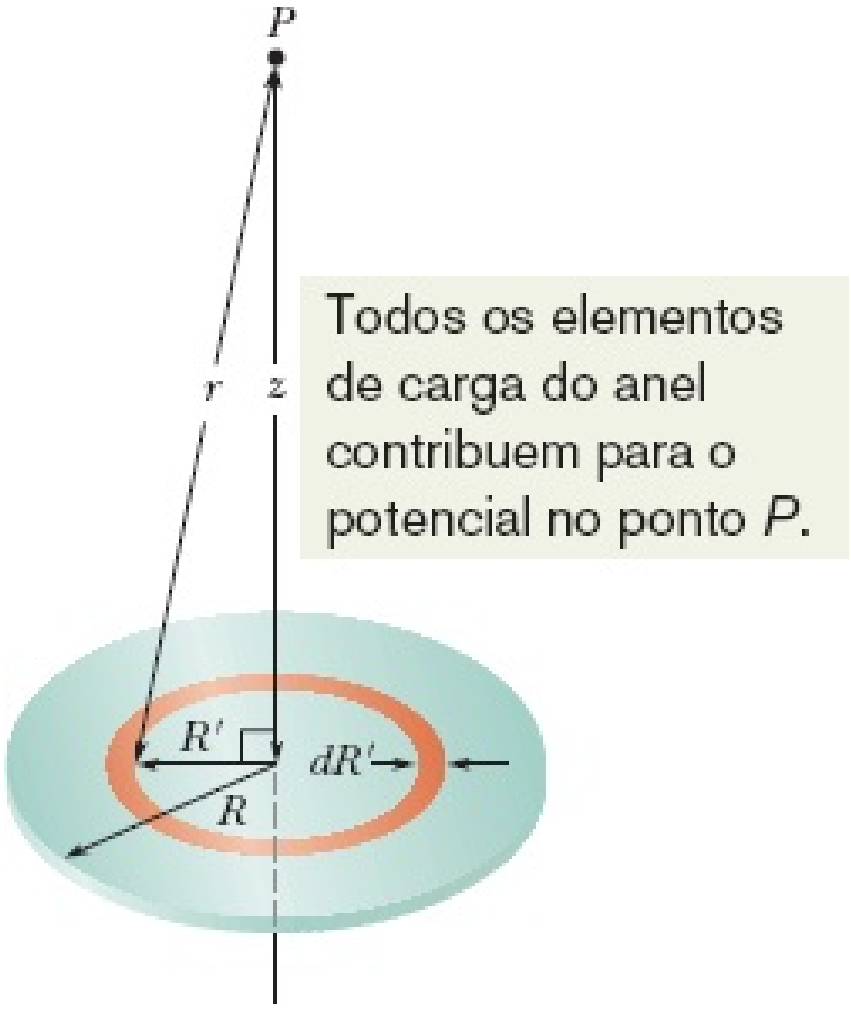
Isso ocorre porque neste caso o potencial V não pode ser 0 no infinito! É necessário definir um outro ponto zero!

Por exemplo: Se V(r_0) = 0, podemos redefinir V da seguinte forma:

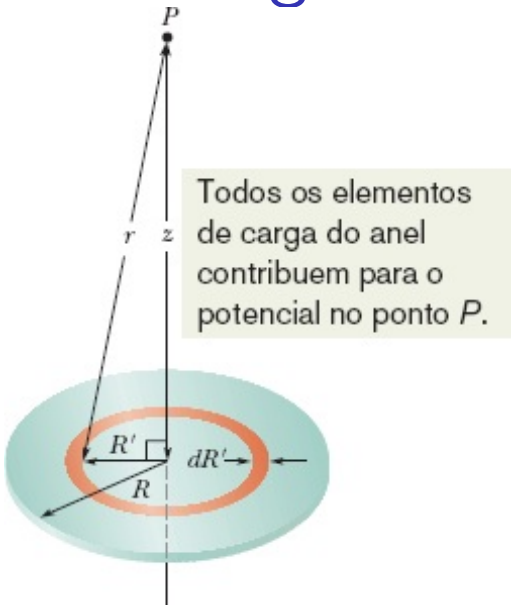
$$V' = V(r) - V(r_0).$$

Disco Carregado

- Considere um disco de raio R carregado uniformemente com distribuição de carga σ. Calcule o potencial elétrico num ponto P a uma altura z no eixo do disco.



Disco Carregado



- Elemento de área da - um estreito anel, de espessura dR':

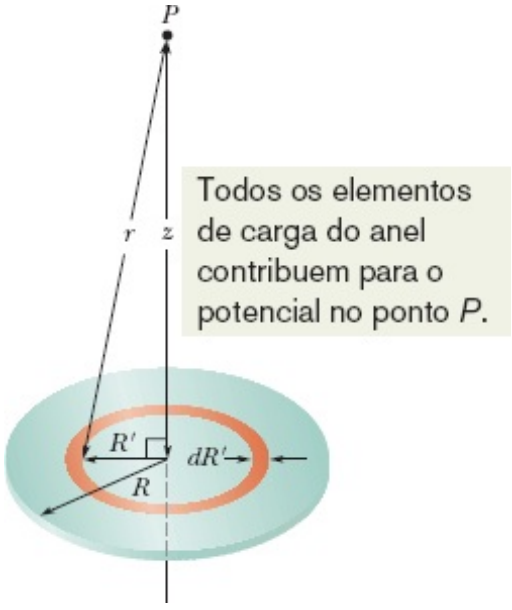
$$da = 2\pi R' dR'.$$

Assim, $dq = \sigma da = \sigma 2\pi R' dR'$.

- A distância do anel até o ponto P é dado por:

$$r^2 = R'^2 + z^2 \rightarrow r = \sqrt{R'^2 + z^2}.$$

Disco Carregado



Todos os elementos de carga do anel contribuem para o potencial no ponto *P*.

- Assim o potencial gerado pelo fino anel será:

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2\pi\sigma R' dR'}{\sqrt{z^2 + R'^2}}.$$

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\int_0^R \frac{R' dR'}{\sqrt{z^2 + R'^2}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(\sqrt{z^2 + R^2} - z\right).$$