1. Capacitores.

Falamos de:

- Cargas elétricas: $\pm q$ (coulombs)
- Força Elétrica (e torque): $\vec{F}_e = Kq_1q_2 / r^2\hat{r}$ (lei de coulomb)
- Campo Elétrico: $\vec{E} = \vec{F} / q \ \rightarrow \ \vec{E} = Kq / r^2\hat{r}$ (lei de coulomb)
- Lei de Gauss: $\Phi = q / \varepsilon_0$, $\Phi = "EA"$
- Trabalho e Energia do campo Elétrico: $\vec{F} \rightarrow W \rightarrow U$ (energia potencial)
- Potencial Elétrico: $V = "U / q"$ → Equipotenciais.

São idéias gerais da Eletrostática.

Mas agora vamos falar de um componente concreto!

2. Capacitores -

mantém carga e campo elétrico dentro deles (armazenam energia elétrica)

1. Dois lados ("esquedro" e "direito") condutores.
2. Lados com carga $+q$ e $-q$ (mesmo módulo e sinais contrários)
3. Cargas geram:
    (a) Campo elétrico $\vec{E}$ entre os lados
    (b) Diferença de potencial V <u>entre os lados.</u>
    Em geral:

$$q = CV$$

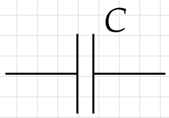
4. C é a Capacitância, medida em "farads" :

    1F = 1C/Volt

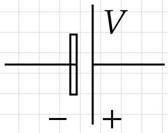
    (a) Analogia hidráulica - Caixa d'água:
        i. Energia potencial gravitacional: $U_g = \rho Ahg \ \rightarrow \ V_g = Ahg$
        ii. Caixa dágua mais larga armazena mais água num nível menor de energia potencial gravitacional.

5. Símbolos:

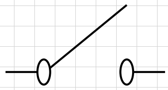
Linha - fio condutor - nenhuma queda de potencial.



Capacitor - cada lado tem carga $\pm q$, e a queda de potencial é $V = \dfrac{q}{C}$



Bateria - terminal curto é o Negativo, terminal longo é o Positivo.
Do negativo ao positivo, potencial SOBE de V



Chave - mecanismo para ligar ou desligar partes de um circuito

Circuitos: caminho fechado feito por condutores e componentes, onde a corrente elétrica i pode fluir.

3. Valor da Capacitância:

O mais simples: placas paralelas infinitas.

- Dadas duas placas paralelas infinitas,
- com espaçamento entre elas de d,
- uma com carga q e a outra com carga $-q$,
- usanso a Lei de Gauss:

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dA} = q \;\rightarrow\; \varepsilon_0 E A = q$$

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 A}.$$

Como $E = -\dfrac{\Delta V}{\Delta x}$ (o negativo do gradiente do potencial),
e olhando para a "queda" de potencial (a "queda" é positiva quando ΔV é negativco),
temos que a queda V é dado por

$$E = \frac{V}{d} \rightarrow$$

$$V = Ed \;=\; \frac{qd}{\varepsilon_0 A}.$$

Usando a Definição de Capacitância: $q = CV$, temos que

$$V = \frac{q}{C} = \frac{qd}{\varepsilon_0 A} \rightarrow$$

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

Depende unicamente da GEOMETRIA do capacitor, e é sempre ε_0 vezes um comprimento.

As unidades de $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$F/m (antes eram C²/N/m²).

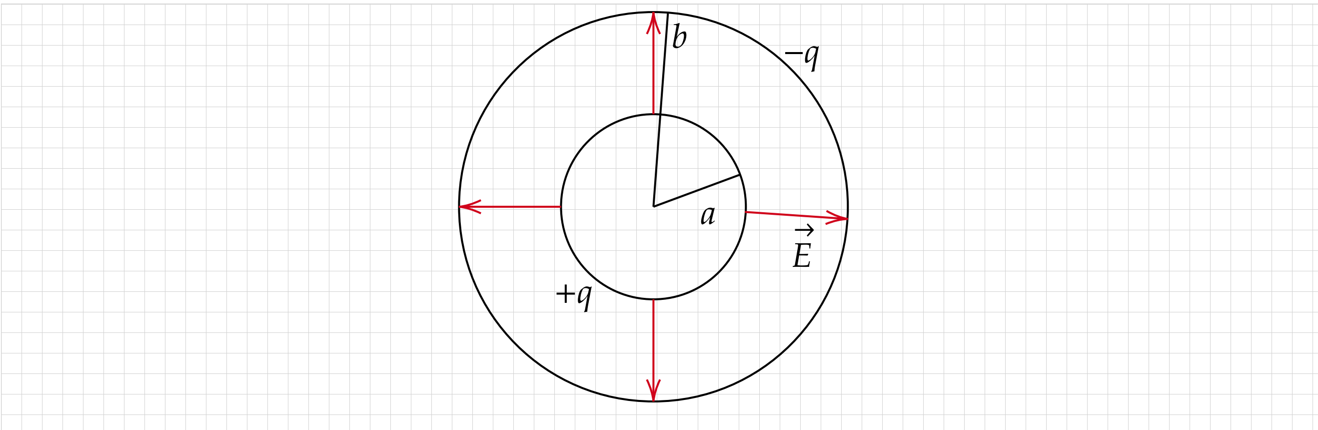
3.1. Capacitor Cilíndrico - Ex: Cabo coaxial

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L r} \rightarrow V_{queda} = \int_{-}^{+} \vec{E} \cdot \vec{ds} \rightarrow V = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right),$$

$$q = CV,\ q = C\,\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right) \rightarrow$$

$$C = 2\pi\varepsilon_0 L / \ln(r_b / r_a).$$

3.2. Capacitor Esférico - Bolas concentricas:



$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2},$$

A queda entre a e b é:

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{b-a}{ab} \rightarrow$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$

Caso particular, é quando só há uma esfera! Como se a esfera maior estivesse no Infinito:

$$b = \infty,$$

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a} = 4\pi\varepsilon_0 a\left(\frac{b}{\underbrace{b-a}_{\approx b}}\right) = 4\pi\varepsilon_0\, a.$$

Usando limite:

$$\lim_{b \to \infty} \frac{ab}{b-a} = \lim_{b \to \infty} \frac{a}{1} = a$$

Exemplo 25.01-

1. Qual é a carga q no capacitor?

$q = CV \;\rightarrow\; q = 0,25\mu F\;12V \;=\; 0,25\times10^{-6}\cdot 12\;C = 3\times10^{-6}C = 3\mu C.$

$n = 8,49\times10^{28}e\,/\,m^3,$

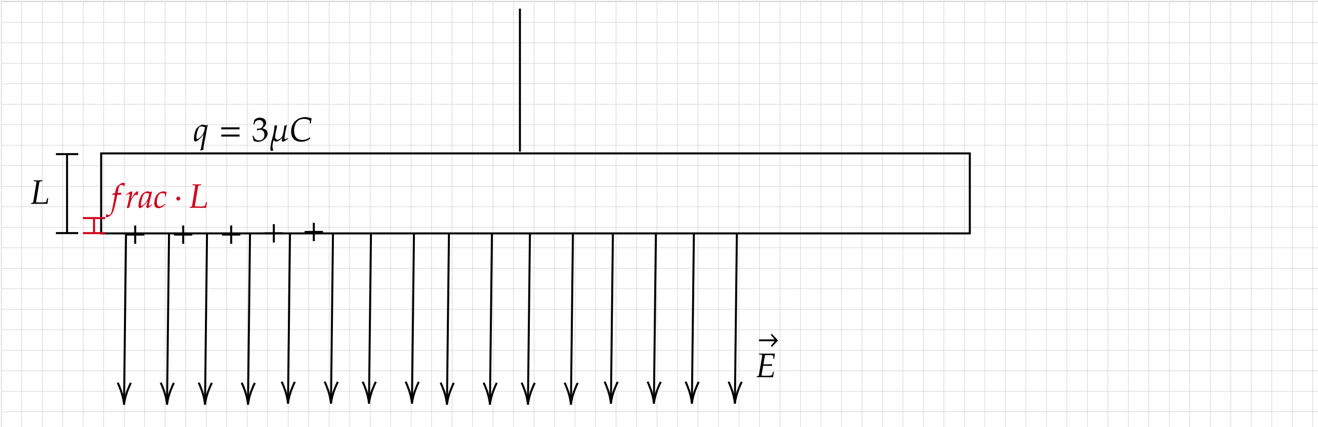
$Vol = Ad \;=\; 2,0\times10^{-4}\;\times\;5\times10^{-3} = 10\times10^{-7} = 10^{-6}m^3$

$N_{eletrons} = Vol\cdot n \;=10^{-6}\cdot 8,49\times10^{28} = 8,49\times10^{22}\;(no\;condutor)$

$N_{3\mu C} \;=\; q\,/\,e \;=\; 3\times10^{-6}\,/\,1,6\times10^{-19} \;=\; 1,9\times10^{13}\;(preciso\;apenas)$

$frac = \; N_{3\mu C}\,/\,N_e = 1,9\times10^{13}\,/\,\left(8,49\times10^{22}\right) = 0,22\times10^{-9}.$

$d \;=\; L\cdot frac = 5\times10^{-3}\times0,22\times10^{-9} = 1,1\times10^{-12}m \;=\; 1,1pm$



Os elétrons que carregam um capacitor vêm de uma região ínfima do condutor!
Para todos os efeitos, a quantidade de elétrons livres num capacitor é infinita.

Exercícios para a Proxima Aula:

Problemas 25-1 e 25-2 (são apenas 7).
Leiam o texto do livro

4. Capacitores em Paralelo e em Série

Capacitância depende da forma geométrica:

$$C = \varepsilon_0\frac{A}{d},$$

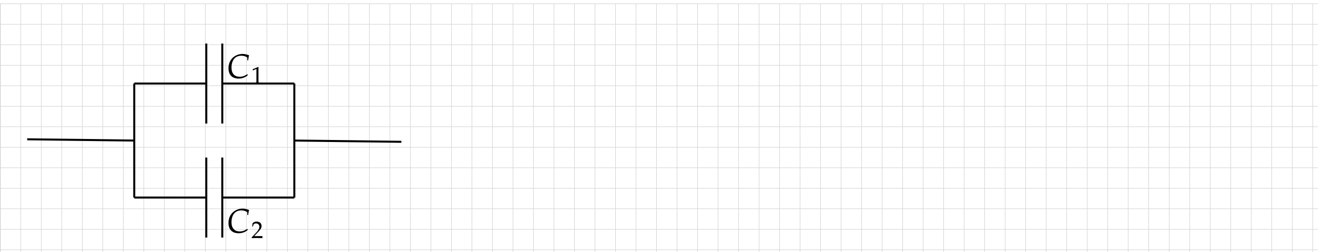
basta mudar A e d para mudar a capacitância.

Mas e se eu não tiver como fazer isso? (ex. componentes vendidos prontos).

O que ocorre quando junto capacitores?
(a) Lado-à-lado ?
(b) um atrás do outro ?

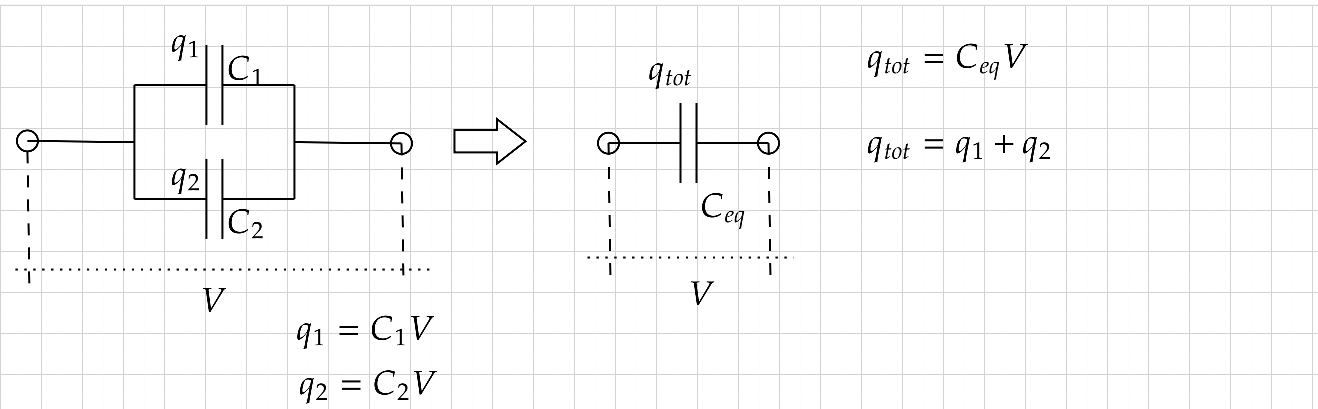
Definição:
(a) Componentes em Série → Um atrás do outro:

(b) Componentes em Paralelo → Um do lado do outro



Para sabermos qual é a **capacitância final** dessas combinações, precisamos:
1. Colocar uma diferença de potencial V entre eles,
2. Calcular as cargas presentes,
3. Verificar a fórmula $q = CV$ para obter o novo C.

4.1. Paralelo



A carga total em C_{eq} tem que ser igual a soma das cargas de C_1 e C_2:

$$q_{tot} = q_1 + q_2.$$

Mas, $q_1 = C_1 V$ e $q_2 = C_2 V$.

Somando e colocando V em evidência, temos:

$$q_{tot} = q_1 + q_2 = C_1 V + C_2 V \; = \; (C_1 + C_2)V \; = \; C_{eq} V$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2.$$

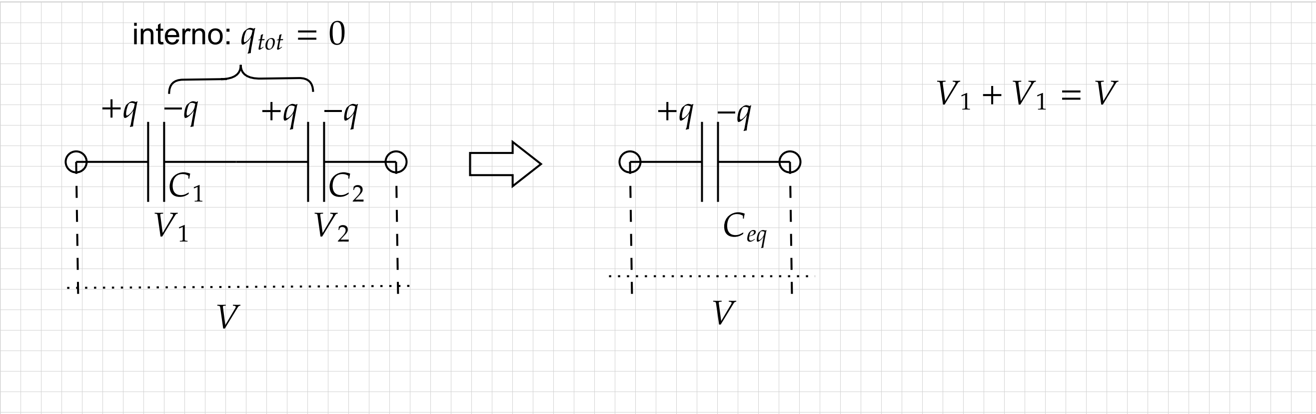
Capacitores em paralelo, basta somar as capacitâncias.
Note que se $C_1 = C_2 = C$, teremos que $C_{eq} = 2C$.

Sempre AUMENTA!

ex. $C_1 = 1pF,\ C_2 = 4pF$, qual a capacitancia final se estes estão em paralelo?

$$C_{eq} = 1pF + 4pF = 5pF.$$

4.2. Série



Aqui, a carga nas placas de cada capacitor (C_1 e C_2) são as mesmas:

a carga total que sai da placa negativa de C_1 vai para a placa positiva de C_2. (conservação da carga).

Logo:

$$\begin{cases} q = C_1 V_1 \\ q = C_2 V_2 \\ q = C_{eq} V \end{cases} \text{, mas } V = V_1 + V_2, \text{ logo: } \begin{cases} q/C_1 = V_1 \\ q/C_2 = V_2 \\ q/C_{eq} = V_1 + V_2 \end{cases} \rightarrow \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = \frac{q}{C_{eq}}.$$

Assim temos para a capacitância em série:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2},$$

(inverso da soma dos inversos)

modificando:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \rightarrow C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Este tipo de operação chama-se *"média harmônica"*.

Note que, se $C_1 = C_2 = C$, teremos que: $C_{eq} = \frac{C^2}{2C} = \frac{C}{2}$. A metade da capacitância.

Note também, se tivermos uma capacitância maior C_1 e uma menor $C_2 = aC_1$, onde $a < 1$, temos que:

$$C_{eq} = \frac{aC_1^2}{(1+a)C_1} = \frac{a}{(a+1)}C_1,$$

Como $\frac{a}{(a+1)} < a$, logo: $C_{eq} < C_2 < C_1$

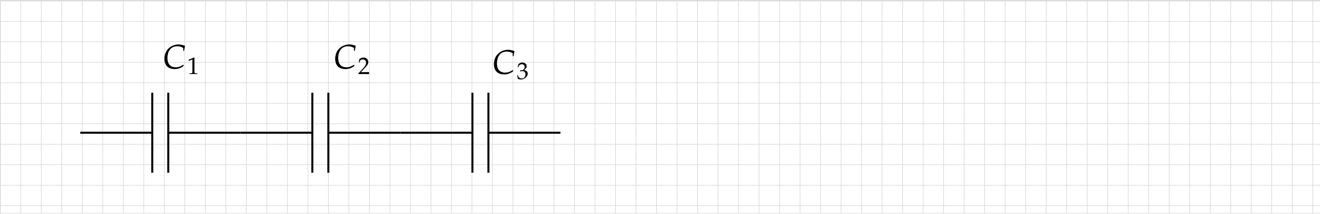
A capacitância final será menor que a menor capacitância da série!
SEMPRE DIMINUI

Ex.
Em Série: $C_1 = 1pF,\ C_2 = 4pF,\ C_{eq} = (1 \cdot 4)/(1+4) = 4/5 = 0.8pF.$

Mais capacitores:

Se tiver mais do que 2 capacitores, as fórmulas ainda vale:

3 capacitores em Série:



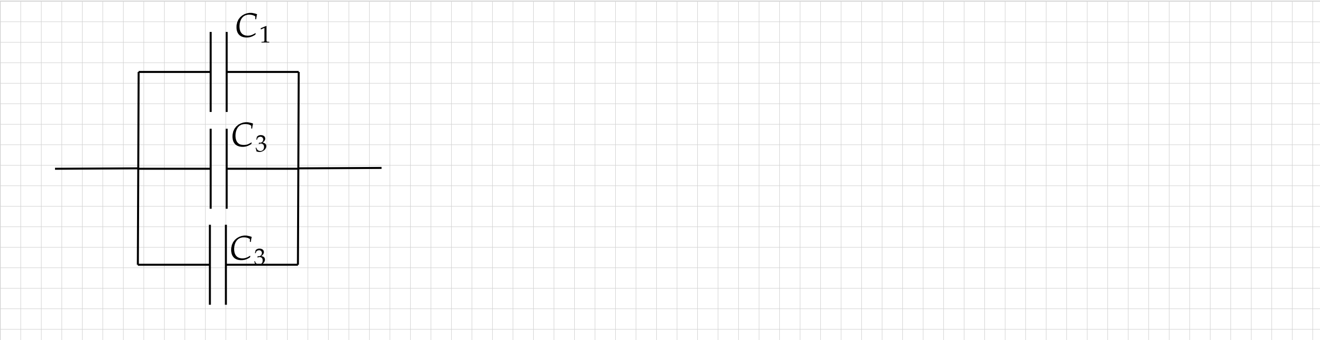
Média Harmônica: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3},$

$$C_{eq} = \left(C_1^{-1} + C_2^{-1} + C_3^{-1}\right)^{-1} =$$

Se tivermos, 1pF, 2pF, 4pF $\rightarrow$

$$= \left(1/\left(10^{-12}\right) + 1/\left(2 \cdot 10^{-12}\right) + 1/\left(4 \cdot 10^{-12}\right)\right)^{-1} =$$
$$= \left(10^{12} + 1/2 \cdot 10^{12} + 1/4 \cdot 10^{12}\right)^{-1} =$$
$$= \left((1 + 1/2 + 1/4) \cdot 10^{12}\right)^{-1} = (1.75)^{-1}10^{-12} =$$
$$= 0,571pF.$$

Em Paralelo:



E aqui apenas somamos: $C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3.$

No exemplo: $C_{eq} = 1pF + 2pF + 4pF = 7pF.$

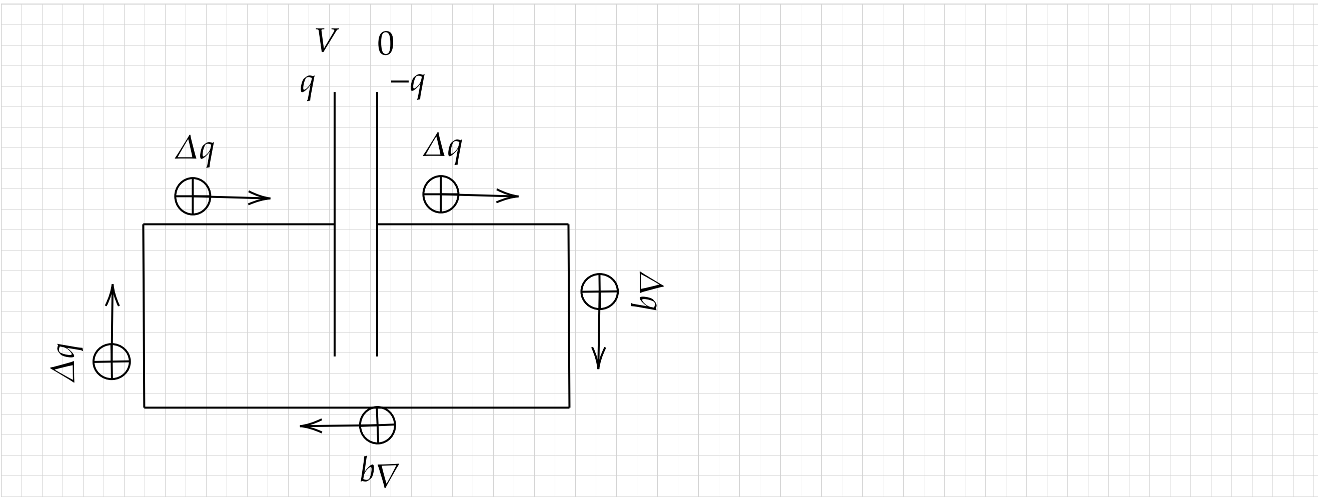
5. Energia armazenada em um Capacitor

Vamos considerar um Capacitor carregado com carga q.

Vamos agora pegar um pedaço de carga Δq, positiva, da placa negativa e leva-la para o lado positivo.

Note que Força externa precisa ser feita!
A carga Δq não "quer" sair da placa negativa (haverá atração entre a placa e a carga), e não "quer" entrar na placa positiva (haverá repulsão com a placa positiva).

Assim voce está **aumentando a energia potencial** do sistema ao fazer isso.



O Trabalho dW da **força externa** é dado por:

$$dW = dq\, V,$$

e como $q = CV$, temos que:

$$dW = dq\frac{q}{C}$$

agora integrando da situação descarregada $q = 0$ para a situação carregada q, temos:

$$W = \int dW = \int_0^q \frac{qdq}{C} = \left.\frac{q^2}{2C}\right|_0^q = \frac{q^2}{2C}.$$

Essa é a energia potencial elétrica do capacitor!

$$U = \frac{q^2}{2C}, \quad \text{ou também} \quad U = \frac{1}{2}CV^2. \text{ (Joules)}$$

6. Densidade de Energia

Essa energia potencial Elétrica U está armazenada **dentro do capacitor**.
Mas onde e como??

O espaço físico interno do capacitor é dado pelo volume entre as placas. No caso de placas paralelas:

$$Vol = Ad, \text{ (m³)}$$

Assim a densidade de energia contida neste espaço é

$$u = \frac{U}{Vol} = \frac{CV^2}{2}\frac{1}{Ad} = \frac{CV^2}{2Ad}, \text{ (J/m³)}$$

usando a expressão para $C = \varepsilon_0 A / d$, temos então que:

$$u = \frac{\varepsilon_0 A}{d}\frac{V^2}{2Ad} = \frac{\varepsilon_0 V^2}{2d^2} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 (V/d)^2,$$

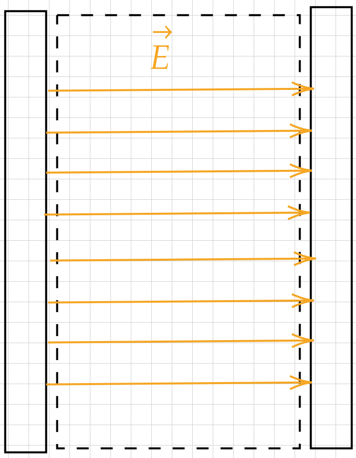
mas a relação entre Campo e Potencial é exatamente $E = V/d$, logo:

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2.$$

Assim, a densidade de energia dentro do capacitor, armazenado no espeço entro as placas, é proporcional ao quadrado da amplitude do campo elétrico!

Assim, a energia está no próprio campo elétrico.

Vai com o quadrado, igual a energia de uma onda que vai com o quadrado da amplitude.



$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2.$$

Por exemplo:

Se $E = 100V / 1mm \ = \ 100 / 10^3 = 10^5$V/m, e

$Vol = 1cm^2 1mm = 10^{-4}10^{-3} = 10^{-7}m^3$,

A energia no capacitor é:

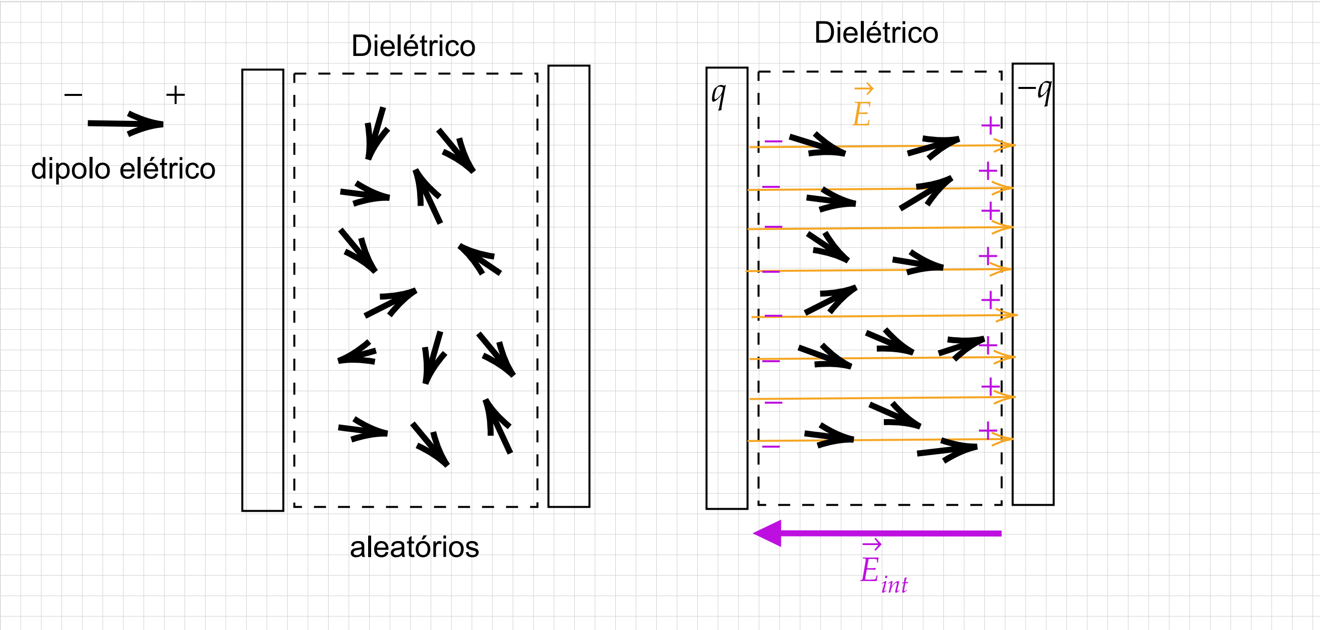
$$U = uVol \ = \ \frac{\varepsilon_0}{2}E^2 Vol = 0,5 \times 8,83 \times 10^{-12} \times 10^{10} \times 10^{-7} = 4,42 \times 10^{-9} = 4,42\text{nJ}$$

7. Dielétricos

O espaço entre as placas pode ser preenchido com alguma coisa!

Até agora consideramos implicitamente o vácuo - nada ocorre no interior.

Agora vamos colocar um material ISOLANTE - este é formado por vários dipolos elétricos desorientados.



A orientação dos dipolos elétricos internos efetivamente coloca novas cargas próximos às placas.

Estas são chamadas de cargas induzidas q'.

Estas cargas criam um Campo Elétrico interno que vai Contrário ao Campo elétrico das placas!

Assim o Campo elétrico Resultande é menor:

$$E_{tot} = E - E_{int} = \frac{1}{\kappa}E,$$

onde κ é a Constante dielética, $\kappa = 1$ no vácuo e $\kappa > 1$ para meios materiais isolantes.

Essa diminuição do campo elétrico diretamente diminue a queda de potencial do capacitor V:

Para um capacitor sem dielétrico: $q = CV_0$.

Para o mesmo capacitor com um dielétrico κ dentro, o potencial cai do fator κ.

Logo a Capacitância aumenta deste mesmo fator:

$$C = \kappa C_0.$$

Tembém a energia muda:

$$U = \frac{q^2}{2\kappa C} = \frac{1}{2}\kappa CV^2.$$

Ver exemplo.

8. Lei Gauss na presença de dielétricos