

## Aula 16 de Julho de 2021

### Campo Elétrico de um Anel carregado

#### 1. Campo de uma carga puntual:

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

#### 2. Dividir o Anel em Pedacinhos

Como o Anel é um objeto extenso, precisa divido-lo em pedacinhos (puntuais):

##### 2.1. Dividir o anel em pedaços (pequenos arcos) de comprimento: $ds$ .

Considerando o ângulo azimutal  $\phi$ , ao redor do eixo dos  $z$ , temos que:

$$ds = R d\phi.$$

##### 2.2. Qual é a carga de $ds$ ?

Se a carga total do anel for  $q$  e seu perímetro (circunferência) for  $L$ , a densidade linear média de carga é  $\lambda = \frac{q}{L}$ . Carga dividida por comprimento.

Ex. Se

$$\begin{aligned} q &= 1C, L = 10cm \rightarrow \\ \lambda &= q/L = 1/10cm = 1/.1 = \\ &= 10C/m \end{aligned}$$

Ou seja, dado o comprimento de um pedaço, podemos calcular a carga dele:

$$1m \rightarrow 10C$$

$$10cm \rightarrow 1C$$

$$1cm \rightarrow 0,1C$$

$$1mm \rightarrow 0,01C$$

em geral:

$$dq = ds \lambda$$

### **2.3. Cálculo Campo Elétrico de cada Pedacinho**

Distância  $r$ :

$$r^2 = R^2 + z^2$$

Magnitude de  $dE$ :

$$dE = k \frac{dq}{r^2} = k \frac{\lambda ds}{R^2 + z^2}$$

Vetor: Componente horizontal CANCELA dois a dois!

Componente vertical se soma:

$$d\vec{E}_2 = 2 dE \cos \theta \hat{k}$$

Integrando o arco de 0 até  $\pi$ , note que

$$ds = R d\phi$$

### 3. Cálculo do Campo elétrico total:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \int_0^\pi 2 dE \cos \theta \hat{k} = \int 2 \cos \theta k \frac{\lambda ds}{R^2 + z^2} \\ &= \int_0^\pi 2k \cos \theta \lambda \frac{R d\phi}{R^2 + z^2} = \frac{2k \cos \theta \lambda R}{R^2 + z^2} \pi = \\ &\quad \frac{(2\pi R)k \lambda \cos \theta}{R^2 + z^2}, \end{aligned}$$

Note que:

$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

$$E = \frac{2\pi R k \lambda}{(R^2 + z^2)} \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} = \frac{\overbrace{k 2\pi R \lambda z}^q}{(R^2 + z^2)^{3/2}} =$$
$$= \frac{qz}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + z^2)^{3/2}}.$$

Note: se  $z \gg R$ ,

$$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0 (z^2)^{3/2}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2}, \text{ cai com o quadrado da distância (Coulomb)}$$

No centro do anel:

$$E = 0$$

#### 4. Força Elétrica $\vec{F}_e$ de uma carga $q$ em um campo elétrico externo $\vec{E}$

Uma carga  $q$  na presença de um campo elétrico  $\vec{E}$  sente uma Força Elétrica igual á:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Esta é a lei da Força elétrica.

Exemplo. Considere o Campo gerado por uma carga puntual  $Q$ :

$$E = kQ/r^2.$$

Considere uma carga  $q$  colocada neste campo. Assim:

$$\vec{F} = q\vec{E},$$

ou seja

$$\vec{F} = q(kQ/r^2)\hat{r} = kqQ/r^2\hat{r},$$

que é exatamente a lei de Coulomb.

